

## II Tehnikaolümpiaad

Praktiline voor

### LAHENDUSED

Version 0.92 (21.02.2023), vajadusel parandatakse ja täiendatakse.

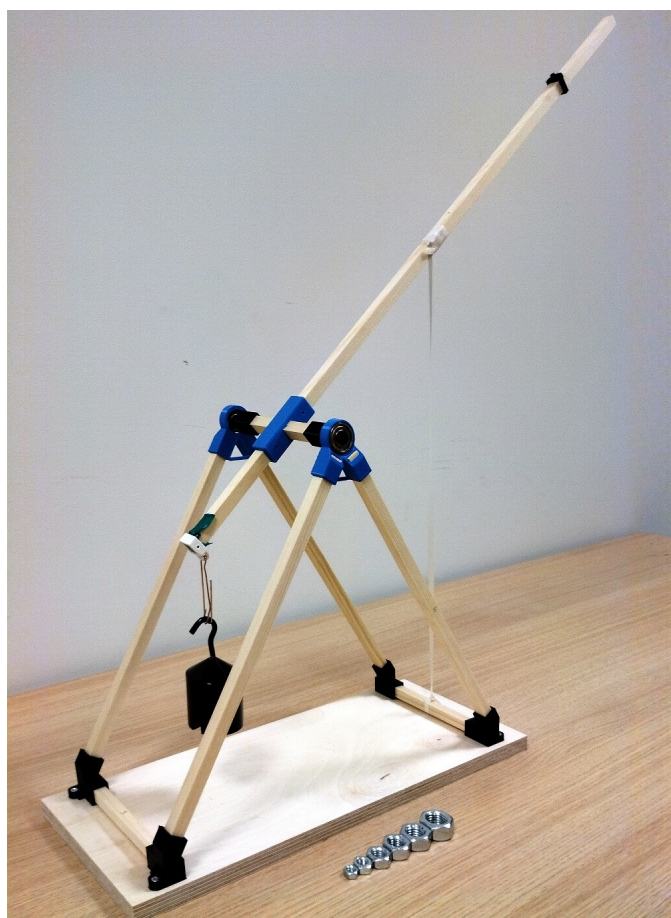
Ülesannete ja lahenduste sisestamine L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X keskkonnas, joonised ja toimetamine: Päivo Simson.  
Kui leiate vigu, siis andke sellest teada e-kirja teel: paivo.simson@taltech.ee

#### P1. Kiviheitemasina kasutegur (14 p.)

Autorid: Mattias Põldaru ja Päivo Simson.

Lahendus: Päivo Simson.

Katsevahendid: Mattias Põldaru, Jürgen Tammepärg, Päivo Simson, Eero Uustalu.



Joonis 1: Lahenduses kasutatud kiviheitemasin.

##### a) Kiviheitemasina ehitamine. [2 p.]

Käesolevas lahenduses esitatud mõõtmistulemused põhinevad žürii poolt ehitatud prototüübil, mis on näidatud Joonisel 1.

b) Heitenurga  $\alpha$  saab määrata kas malliga või mõõdulindiga mõõtes ja trigonomeetriat kasuta-

des. Heitekõrguse  $H$  mõõdame. Mõõtmistulemused prototüübi jaoks olid:

$$\alpha = 41^\circ, \quad [0,5 \text{ p.}]$$

$$H = 58,7 \text{ cm.} \quad [0,5 \text{ p.}]$$

c) Teeme iga mutriga viis heitekatsed ja leiame iga massi  $m_i$  jaoks keskmise heitekauguse  $\bar{s}$ . Katsetulemused esitame tabelina.

Mutri mass	Katse 1.	Katse 2.	Katse 3.	Katse 4.	Katse 5.	Keskmine
m	s	s	s	s	s	$\bar{s}$
g	cm	cm	cm	cm	cm	m
2.1	432	427	434	394	481	4.37
4.6	434	474	431	420	443	4.40
10.2	370	359	365	368	374	3.67
15.2	326	321	308	324	320	3.20
21.2	281	279	272	269	270	2.74
29.3	222	220	220	220	218	2.20

Tabel 1: Lennukauguse mõõtmistulemused kõrvaloleval pildil näidatud prototüübiga katsetades.

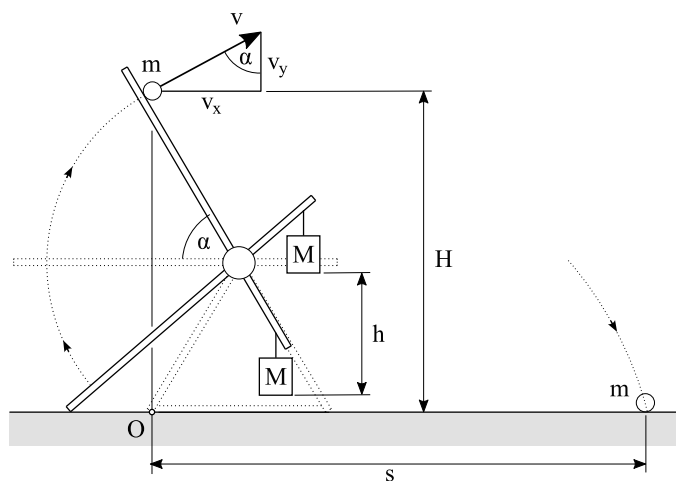
Katsete läbiviimine ja tulemuste tabelisse kandmine [2 p.] Keskmise lennukauguse  $\bar{s}$  arvutamine iga massi jaoks. [1 p.] Punkti ei anta kui iga massi jaoks oli tehtud ainult üks katse.

d) Masinale antav koguenergia on masina vinnastamisel vastukaalu  $M$  tõstmiseks kuluv energia  $Mgh$ , kus  $h$  on kõrgus, mille võrra vastukaalu tõstetakse (Joonis 2). Vastavalt ülensande tekstis antud definitsioonile avaldub kiviheitemasina kasutegur  $\eta$  kujul<sup>1</sup>

$$\eta = \frac{m \frac{v^2}{2} + mgH}{Mgh} = \frac{mH}{Mh} \left( \frac{v^2}{2gH} + 1 \right), \quad [1 \text{ p.}]$$

kus sulgude ees olev kordaja on masside  $m$  ja  $M$  vertikaalsel liikumisel tehtavate tööde absoluutväärtuste  $mgH$  ja  $Mgh$  suhe ning sulgudes olev esimene liige on heidetava massi  $m$  kineetilise ja

<sup>1</sup>Huvitav on märkida, et kasuteguri maksimaalne väärtus  $\eta \approx 1$  saavutatakse juhul  $v = 0$  ja  $ml_1 \approx Ml_2$ , kus  $l_1$  ja  $l_2$  on kangi õlad. See tähendab, et masin tõstab mutri väga aeglaselt kõrgusele  $H$  ja ei viska seda. Sealjuures energiakadu praktiliselt ei ole, sest pöörlemise ja liikumiste kineetilised energiad on hüljatavalt väikesed.



Joonis 2: Ülesande skeem.  $v$  - algkiirus,  $H$  - heite kõrgus,  $h$  - vastukaalu tõstekõrgus,  $\alpha$  - heitenurk.

potentsiaalse energia suhe lennu alghetkel. Koguenergiast läheb viskehetkel kaduma kangi pöörlemise kineetiline energia ja vastukaalu  $M$  liikumise kineetiline energia.

Nagu näeme, esineb mass  $m$  kasuteguri avaldises ilmutatud kujul lineaarselt. Et aga algkiirus  $v$  sõltub samuti heidetavast massist  $m$  läbi lennukauguse  $s$ , st  $v = v(s(m))$ , siis ei ole funktsioon  $\eta(m)$  tegelikult lineaarne.

Teeme joonise (joonis 2). [0,5 p.]  
Leiame sõltuvuse  $v = v(s, \alpha, H)$ . Valime koordinaatide alguspunktiks punkti  $O$  Joonisel 2. Ras- kusväljas liikuva keha liikumisvõrrandid on siis

$$\begin{cases} x = v_x t, & [0,5 \text{ p.}] \\ y = H + v_y t - \frac{gt^2}{2}. & [0,5 \text{ p.}] \end{cases}$$

Jooniselt näeme, et heitenurk  $\alpha$  ja kiiruse  $v$   $x$ - ja  $y$ -telje sihilised komponendid  $v_x$  ja  $v_y$  on seotud järgmiselt

$$v_x = v \sin \alpha, \quad v_y = v \cos \alpha. \quad [0,5 \text{ p.}]$$

Sisestame need võrrandisüsteemi. Ajahetkel  $t = T$ , kus  $T$  on mutri lendamise aeg, on  $x = s$  ja  $y = 0$ . Saame

$$\begin{cases} s = v \sin \alpha T, & \implies T = \frac{s}{v \sin \alpha} \\ 0 = H + v \cos \alpha T - \frac{gT^2}{2}, & [0,5 \text{ p.}] \end{cases}$$

$$H + s \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} = \frac{gs^2}{2v^2 \sin^2 \alpha}. \quad [0,5 \text{ p.}]$$

Saadud võrrandist saame lihtsasti avaldada algkiiruse ruudu ja ruutjuure abil ka kiiruse enda.

$$v^2 = \frac{gs^2}{2 \sin \alpha (H \sin \alpha + s \cos \alpha)},$$

$$v = \frac{s\sqrt{g}}{\sqrt{2 \sin \alpha (H \sin \alpha + s \cos \alpha)}}. \quad [1 \text{ p.}]$$

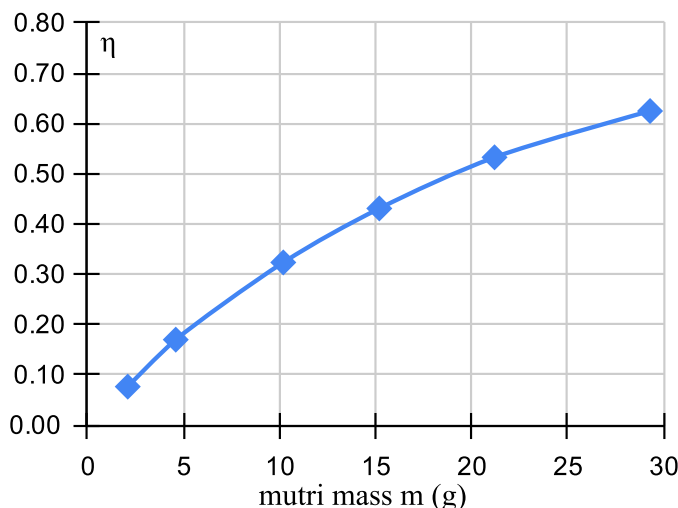
e) Nüüd saame katsetulemuste põhjal arvutada kiirused  $v_i$  ja neile vastavad kasutegurid  $\eta_i$ . Katse- seadme prototüübi parameetrid olid  $M = 0,5024$  kg,  $h = 0,139$  m,  $H = 0,587$  m,  $\alpha = 41^\circ$ .

Esitame tulemused tabelina, kus toome eraldi väl- ja ka energiad: [2 p.]

$v$ m/s	$E_{\text{kin}}$ J	$E_{\text{pot}}$ J	$E_{\text{kogu}}$ J	$\eta$
6.20	0.04	0.01	0.05	0.08
6.25	0.09	0.03	0.12	0.17
5.65	0.16	0.06	0.22	0.32
5.23	0.21	0.09	0.30	0.43
4.79	0.24	0.12	0.36	0.53
4.21	0.26	0.17	0.43	0.62

Tabel 2: Arvutatud suurused. Tabeli read vastavad Tabelis 1 toodud erinevatele massidele  $m_i$ .

Tabelite 1 ja 2 põhjal saame skitseerida sõltuvuse  $\eta = \eta(m)$  graafiku: [1 p.]



Joonis 3: Katsetulemused. Kasuteguri  $\eta$  sõltuvus heidetavast massist  $m$ .

Mõned järeldused: Näeme, et kasutegur kasvab heidetava massi kasvades. Samal ajal vähenevad küll algkiirus ja lennukaugus, kuid massile antav koguenergia suureneb. Just viimane määrab selle,

kui suuri kahjustusi kiviheitemasin tekitab. Lendamise ajal keha koguenergia ei muutu ja maandumise hetkel on see täielikult muundunud kineetiliseks energiaks. Näiteks kõige raskema mutri kineetiline energia on maandumise hetkel u 9 korda suurem kui kõige kergemal mutril. Seetõttu pidime saali põrandale raskemate mutrite maandumisalasse viimasel hetkel paigaldama põrandat kaitsva ehituspapi, et vältida pärast tükkeid täis põranda väljavahetamist<sup>2</sup>.

## P2. Elektromehaaniline kell (12 p.)

*Autorid: Martin Sarap ja Päivo Simson.*

*Lahendus: Martin Sarap ja Päivo Simson.*

*Katsevahendid: Martin Sarap.*

a) Leiame kõigepealt keskmise ratta pöörlemise nurkkiiruse  $\omega_B$ . Kui esimene ratas  $A$  teeb täistiiru, siis on teine ratas  $B$  pöördunud  $n_A$  hamba võrra. Et teisel rattal on alumises tasandis kokku  $n_{B1}$  hammast, siis kulub sellel täistiiru tegemiseks  $n_{B1}/n_A$  korda rohkem aega ja pöörlemiskiirus on järelikult  $n_{B1}/n_A$  korda väiksem:

$$\omega_B = \frac{\omega_1}{n_{B1}/n_A} = \frac{n_A}{n_{B1}}\omega_1. \quad [0,5 \text{ p.}]$$

Et ratta  $B$  ülemine hammasratas on alumisega järgalt seotud, siis on ülemise pöörlemiskiirus samuti  $\omega_B$ . Ülemisel rattal on aga  $n_{B2}$  hammast ja kui see teeb täistiiru, siis on ratas  $C$  pöördunud samuti  $n_{B2}$  hamba võrra. Täistiiru tegemiseks kulub rattal  $C$  aga  $n_C/n_{B2}$  korda rohkem aega ja selle pöörlemiskiirus on järelikult  $n_C/n_{B2}$  korda väiksem, kui rattal  $B$ :

$$\omega_2 = \frac{\omega_B}{n_C/n_{B2}} = \frac{n_{B2}}{n_C}\omega_B. \quad [0,5 \text{ p.}]$$

Asendades siia varem saadud  $\omega_B$  avaldise saame

$$\omega_2 = \frac{n_{B2}}{n_C} \cdot \frac{n_A}{n_{B1}}\omega_1. \quad [0,5 \text{ p.}]$$

Kogu süsteemi ülekandesuhe on järelikult

$$k = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{n_{B1}}{n_A} \cdot \frac{n_C}{n_{B2}}. \quad [0,5 \text{ p.}]$$

b) Õpilane ehitab valmis töötava käigukasti. [1 p.] Ülekandesuhe on 125:1. [1 p.] Õpilane ühendab 9 V patarei mootoriga ja mõõdab stopperi abil, et seieril kulub täispöörde jaoks 32 sekundit. [0,25 p.] Seieri pöörlemiskiirus on seega:

$$\omega_s = \frac{60}{32} = 1,875 \text{ p/min.} \quad [0,25 \text{ p.}]$$

Ülekande tõttu pöörleb mootor seierist 125 korda kiiremini ehk mootori kiiruseks on:

$$\omega_M = 1,875 \cdot 125 = 234,4 \text{ p/min.} \quad [0,25 \text{ p.}]$$

Valemi (3) järgi saab kontrollida enda käigukasti õigsust sisestades võrrandisse patarei pinge:

$$\omega_M = 26 \cdot 9 = 234 \text{ p/min.} \quad [0,25 \text{ p.}]$$

Kui teoreetiline kiirus on ligilähedaselt võrdne mõõdetud kiirusega, siis ilmselt on ka käigukast õigesti kokku pandud.

c) Nõutakse kella, mille seier teeb ühe täispöörde iga 25 sekundi tagant. See tähendab, et seieri pöörlemiskiirus peaks olema:

$$\omega_s = \frac{60}{25} = 2,4 \text{ p/min.}$$

Mootori pöörlemiskiirus on seega:

$$\omega_M = 2,4 \cdot 125 = 300 \text{ p/min.}$$

Valemi (3) abil saame leida antud kiirusele vastava mootori sisendpinge:

$$U_M = \frac{300}{26} = 11,54V \quad [0,25 \text{ p.}]$$

Žürii laual olevas toiteploki on väljund pinge  $U = 12,9 \text{ V}$ . Seetõttu on vaja kasutada impulsreguleerimist. Tekstis toodud teooria ja näidete abil on lihtne leida täiteteguri  $d$  väärtus:

$$d = \frac{U_M}{U} = \frac{11,54}{12,9} = 0,894. \quad [0,25 \text{ p.}]$$

<sup>2</sup>Ajalooliselt ei olnud teadlastele koheselt päris selge, kas liikuva keha "purustusvoimet" kirjeldab suurus  $mv$  või suurus  $mv^2/2$ . Alles Willem Gravesande katsed 1720 a paiku näitasid, et just kineetiline energia (tollase nimetusega "elav jõud"  $mv^2$ , ilma kahendikuta) on see, mis määrab kukkuvat keha poolt tekitatud kahjustuste suuruse. Gravesande kukutas teraskuule erinevalt kõrguselt pehme savi sisse ja leidis, et kui kokkupõrkekiirus suureneb 2 korda, siis tekkiva augu sügavus suureneb 4 korda. Seega augu sügavuse määrab kiiruse ruut (energia), mitte kiiruse esimene aste (impulss).

Avaldame *NE555P* taimeri võrranditest takistused  $R_1$  ja  $R_2$ . Selleks korrutame võrrandit (2) kõigepealt kahega ja viime vabaliikme vasakule poole võrdusmärgi:

$$2d - 1 = \frac{R_1}{R_1 + 2R_2}$$

Jagades saadud võrrandit võrrandiga (1) saame

$$\frac{2d - 1}{f} = R_1 C \ln 2,$$

millest

$$R_1 = \frac{2d - 1}{fC \ln 2}.$$

Võrrandist (1) saame

$$R_1 + 2R_2 = \frac{1}{fC \ln 2},$$

millest

$$\begin{aligned} R_2 &= \frac{1}{fC 2 \ln 2} - \frac{R_1}{2} = \\ &= \frac{1}{fC 2 \ln 2} - \frac{2d - 1}{fC 2 \ln 2} = \\ &= \frac{1 - d}{fC \ln 2}. \end{aligned}$$

Kokkuvõttes avalduvad takistused  $R_1$  ja  $R_2$  kujul

$$R_1 = \frac{2d - 1}{fC \ln 2}, \quad R_2 = \frac{1 - d}{fC \ln 2}. \quad [2 \text{ p.}]$$

Kasutame saadud valemeid ja arvutame takistite väärtused, kui  $f = 3,353 \text{ kHz}$ ,  $C = 1 \mu\text{F}$  ja  $d = 0,89$ .

$$R_1 = 47,54 \Omega, \quad [0,25 \text{ p.}]$$

$$R_2 = 337,1 \Omega. \quad [0,25 \text{ p.}]$$

**d)** Mõlema takistuse väärtus tuleb saavutada kasutades paralleelühendust. Õpilastele on antud takistid järgmiste väärtustega (väärtused tuleb ise värvikoodi järgi välja uurida, igat takistit on kaks kuni neli tükki):

1; 10; 20; 51; 56; 68; 82; 120; 150; 510; 1000 ( $\Omega$ )

Erinevaid kombinatsioone läbi arvutades (targem õpilane suudab väikesed takistid juba intuiitiivselt

maha kanda) saab leida, et  $R_1$  väärtuse saavutamiseks saab ühendada paralleelselt takistused  $1000 \Omega$  ja  $510 \Omega$ , mis teeb kokku  $R_1 = 337,7 \Omega$ . Takistuse  $R_2$  ja oks sobib kombinatsioon  $510 \Omega$  ja  $51 \Omega$ , mis annab  $R_2 = 46,36 \Omega$ . **[3 p.]**

**e)** Õpilane tuleb žürii juurde ja kontrollib tulemust  $12,9 \text{ V}$  toiteallikaga. Õigesti ehitatud kell teeb ühe pöörde  $25 \pm 2$  sekundiga. **[1 p.]**

Vale pöörlemiskiiruse ning kehva konstruktsiooni (kruvid puudu, midagi kõver jne) tõttu vähendatakse punkte.

### P3. Korter ventilatsioon (9 p.)

*Autorid: Martin Thalfeldt ja Päivo Simson.*

*Lahendus: Martin Thalfeldt ja Päivo Simson.*

*Katsevahendid: Alo Mikola, Karl-Villem Vösa ja Martin Thalfeldt.*

**a)** Bernoulli võrrandist saame seose

$$p_1 + \rho_0 \frac{v_1^2}{2} = p_2 + \rho_0 \frac{v_2^2}{2}. \quad [0,5 \text{ p.}]$$

Vooluhulga  $q = Sv$  jäävus esitub kujul

$$q = v_1 S_1 = v_2 S_2, \quad [0,5 \text{ p.}]$$

millest

$$v_1 = \frac{q}{S_1}, \quad v_2 = \frac{q}{S_2}.$$

Asendame saadud võrdused Bernoulli võrrandisse:

$$p_1 + \rho_0 \frac{q^2}{2S_1^2} = p_2 + \rho_0 \frac{q^2}{2S_2^2} \quad [0,5 \text{ p.}]$$

ja avaldame siit vooluhulga  $q$ :

$$\frac{\rho_0 q^2}{2} \left( \frac{1}{S_2^2} - \frac{1}{S_1^2} \right) = p_1 - p_2 = \Delta p,$$

$$q = \frac{1}{\sqrt{\frac{\rho_0}{2} \left( \frac{1}{S_2^2} - \frac{1}{S_1^2} \right)}} \sqrt{\Delta p}. \quad [1 \text{ p.}]$$

Võrreldes saadud avaldist seosega  $q = k\sqrt{\Delta p}$  näeme, et kõri läbilasketegur avaldub kujul

$$k = \frac{1}{\sqrt{\frac{\rho_0}{2} \left( \frac{1}{S_2^2} - \frac{1}{S_1^2} \right)}} = \frac{\sqrt{2} S_1 S_2}{\sqrt{\rho_0 (S_1^2 - S_2^2)}}. \quad [0,5 \text{ p.}]$$

**b)** Leiame õhujagaja nomogrammilt selle rõhulangud ruumide kaupa: [1 p.] ja arvutame.

Elutuba:

$$q = 12 \text{ l/s, avatud ridu 9} \implies \Delta p = 14 \text{ Pa.}$$

Kabinet:

$$q = 10 \text{ l/s, avatud ridu 9} \implies \Delta p = 10 \text{ Pa.}$$

Magamistuba:

$$q = 8 \text{ l/s, avatud ridu 9} \implies \Delta p = 6 \text{ Pa.}$$

Nüüd arvutame reguleerklapi rõhulangud harude kaupa ja leiame iga haru jaoks klapi läbilasketeguri  $k$  ning selle põhjal vajaliku asendi  $A$ . [2 p.]

Viime valemi (4) kujule

$$k = \frac{q}{\sqrt{\Delta p}}$$

Elutuba:

$$q = 12 \text{ l/s, } \Delta p = 30 - 14 = 16 \text{ Pa,}$$

$$k = 12/\sqrt{16} = 3,0 \implies \text{asend 5.}$$

Kabinet:

$$q = 10 \text{ l/s, } \Delta p = 30 - 10 = 20 \text{ Pa,}$$

$$k = 10/\sqrt{20} = 2,2 \implies \text{asend 6.}$$

Magamistuba:

$$q = 8 \text{ l/s, } \Delta p = 30 - 6 = 24 \text{ Pa,}$$

$$k = 8/\sqrt{24} = 1,6 \implies \text{asend 7.}$$

**c)** Seadistame reguleerklapid eelnevalt arvutatud asenditesse ning kontrollime, kas õhuvooluhulgad vastavad etteantud tolerantsidele. [3 p.]