Tehnikaolümpiaad

Teoreetiline voor

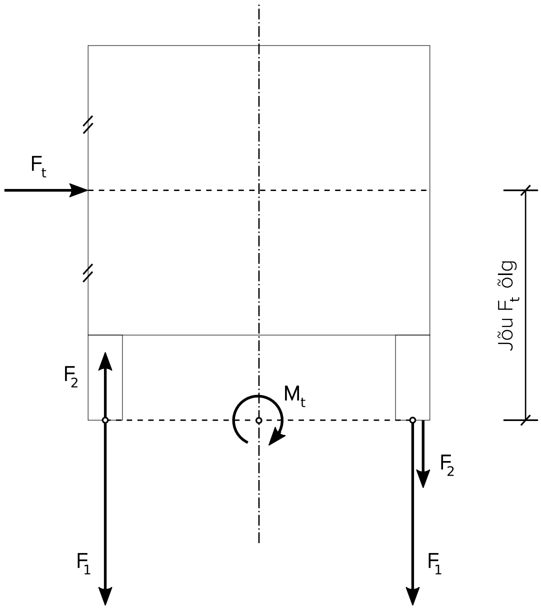
LAHENDUSED

Versioon 1.0 (05.02.2023), vajadusel parandatakse ja täiendatakse.

T1. Korrusmaja *(12 p.)*

Autorid: Mattias Põldaru ja Päivo Simson.

a) Joonis: [**2 p.**]



b) Hoone küljepikkus on[1]

$$a = L + d.$$

Üks post peab vastu võtma neljandiku kogu hoone kaalust, mis on konstruktsioonide omakaalu ja kasuskoormuse summa. See on

$$F_1 = \frac{a^2qn}{4}, \qquad [\mathbf{3\ p.}]$$

kus a^2q on ühe korruse arvutuslik kaal.

c) Tuul tekitab hoone küljele mõjuva summaarse jõu

$$F_t = pS_k = pahn, \qquad [\mathbf{1\ p.}]$$

kus $S_k = ahn$ on hoone külgpindala ja n on hoone korruste arv. Jõu rakenduspunkt asub kõrgusel $nh/2 + h$. Selle jõu poolt tekitatud momendi tasakaalustab postide vastureaktsioon, mis avaldub jõupaari momendina $M = 2F_2L$, kus F_2 on tuulest tingitud täiendav survejõud ühes tagumises postis (tõmbejõud ühes esimeses postis). Posti kandevõime arvutamisel on oluline F_1 maksimaalne võimalik väärtus, mis ilmselt saavutatakse maapinna lähedal. Momentide tasakaaluvõrrand on seega[2]

$$F_t \cdot \left(\frac{nh}{2} + h\right) = 2F_2L,$$

millest

$$F_2 = \frac{pah^2n}{2L}\left(\frac{n}{2} + 1\right). \qquad [\mathbf{2\ p.}]$$

d) Maksimaalne jõud, mida üks post on võimeline vastu võtma, on posti betooni purustava pinge (tugevuse) ja posti ristlõike pindala korrutis $F_{\max} = \sigma_{\max}S$. Mõjuva koormuse ja kandevõime piiri võrratusest

$$F_1 + F_2 = F_{\max} \qquad [\mathbf{1\ p.}]$$

saame

$$\frac{a^2qn}{4} + \frac{pah^2n}{2L}\left(\frac{n}{2} + 1\right) - \sigma_{\max}S = 0.$$

See on ruutvõrrand maksimaalse korruste arvu leidmiseks. Lahenditeks saame [**2 p.**]

$$n = -1 - \frac{Laq}{2h^2p} \pm \sqrt{\left(1 + \frac{Laq}{2h^2p}\right)^2 + \frac{4L\sigma_{\max}S}{ah^2p}}.$$

Antud parameetrite väärtusi arvestades saame maksimaalseks korruste arvuks

$$n_1 = 32{,}4; \quad n_2 = -275{,}9.$$

Negatiivne vastus ilmselt ei sobi ja seega on lubatud korruste arv 32. [**1 p.**]

Märkus 1: kui me tuulekoormusega ei arvestaks, saaksime maksimaalseks korruste arvuks

$$n = \frac{4\sigma_{\max}S}{a^2q}$$

[1] punkte ei vähendata, kui on kasutatud lihtsustavat eeldust $a \approx L$.

[2] punke ei vähendata, kui moment arvutatakse välja esimese korruse ja parkla vahelises tasandis, s.t kui momendi õlaks on võetud $nh/2$.

See valem annab tulemuseks 37, mis on viie korruse võrra lubatust suurem.

Märkus 2: Kui teha kaks lihtsustavat eeldust $a \approx L$ ja $n \gg 2$, siis saame lubatud korruste arvu jaoks mõnevõrra lihtsama valemi:

$$n = -\frac{L^2 q}{2h^2 p} + \sqrt{\left(\frac{L^2 q}{2h^2 p}\right)^2 + \frac{4\sigma_{\max} S}{h^2 p}}.$$

T2. Tuulegeneraatori tasuvusaeg (*14 p.*)

Autorid: Kaimo Sonk ja Päivo Simson.

a) Lähtudes tekstis antud valemitest saame

$$\eta = \frac{P}{P_0} = \frac{(v_1 + v_2)(v_1^2 - v_2^2)}{2v_1^3} =$$

$$= \frac{1}{2}\left(1 + \frac{v_2}{v_1}\right)\left(1 - \left(\frac{v_2}{v_1}\right)^2\right) =$$

$$= \frac{1}{2}(1 + \alpha)(1 - \alpha^2). \qquad [\mathbf{1\ p.}]$$

See ongi otsitav funktsioon $\eta(\alpha)$. Kasuteguri maksimaalse väärtuse saame leida tuletise abil. Selleks avame kõigepealt sulud

$$\eta = \frac{1}{2}(1 + \alpha - \alpha^2 - \alpha^3)$$

ja nüüd arvutame tuletise:

$$\eta' = \frac{1}{2}(1 - 2\alpha - 3\alpha^2). \qquad [\mathbf{0{,}5\ p.}]$$

Maksimumkohal peab tuletis võrduma nulliga. Seega me saame ruutvõrrandi maksimumkoha leidmiseks.

$$1 - 2\alpha - 3\alpha^2 = 0,$$

ehk

$$3\alpha^2 + 2\alpha - 1 = 0.$$

$$\alpha_{1,2} = \frac{-2 \pm \sqrt{4 + 4 \cdot 3 \cdot 1}}{2 \cdot 3} = \frac{-2 \pm 4}{6},$$

$$\alpha_1 = -1, \quad \alpha_2 = \frac{1}{3}. \qquad [\mathbf{0{,}5\ p.}]$$

On selge, et antud ülesandes ei saa kiiruste suhe olla negatiivne. Seega sobib ainult teine lahend. Uurime, kas $\alpha = 1/3$ vastab maksimumile või miinimumile. Selleks leiame teise tuletise ja arvutame selle väärtuse kohal $\alpha = 1/3$:

$$\eta'' = \frac{1}{2}(-2 - 6\alpha),$$

$$\eta''(1/3) = \frac{1}{2}\left(-2 - \frac{6}{3}\right) = -2 < 0. \qquad [\mathbf{0{,}5\ p.}]$$

Et teine tuletis kohal $\alpha = 1/3$ on negatiivne, siis järelikult on sellel kohal funktsiooni $\eta(\alpha)$ maksimum. Nüüd saame leida kasuteguri maksimaalse väärtuse:

$$\eta_{max} = \eta\left(\frac{1}{3}\right) = \frac{1}{2}\left(1 + \frac{1}{3}\right)\left(1 - \frac{1}{3^2}\right) =$$

$$= \frac{16}{27} \approx 0{,}59. \qquad [\mathbf{0{,}5\ p.}]$$

b) Energiakulu arvutamiseks peame kõigepealt leidma detailide ruumalad. Et detailide paksus d on nende ülejäänud mõõtmetega võrreldes väga väike, siis saame ruumala leida piisava täpsusega lihtsalt korrutisena $V = S \cdot d$, kus S on detaili pindala. Detaili mass avaldub järelikult kujul $m = \rho S d$ ja tootmiseks kulunud energia on

$$E = \rho S d E_m.$$

1) Generaatori jala kuju võib lähendada silindriga, mille raadius on

$$r = \frac{0{,}9 + 0{,}7}{2} = 0{,}8 \text{ (m)}.$$

Silindri pindala

$$S = 2\pi r h = 2\pi \cdot 0{,}8 \cdot 18 \approx 90 \text{ (m}^2\text{)}.$$

Terasest jala valmistamiseks kulunud energia:

$$E_{\text{jalg}} = 7850 \cdot 90 \cdot 0{,}01 \cdot 26{,}55 =$$

$$= 1{,}88 \cdot 10^5 \text{ (MJ)}. \qquad [\mathbf{1\ p.}]$$

2) Turbiini korpuse võime lähendada risttahukaga, mille mõõtmed on 6,3x2x2,4 m. Pindala hinnang on sellisel juhul

$$S \approx 2 \cdot (6{,}3 \cdot 2 + 6{,}3 \cdot 2{,}4 + 2 \cdot 2{,}4) \approx 65 \text{ (m}^2\text{)}.$$

Plastist korpuse valmistamiseks kulunud energia:

$$E_{\text{korpus}} = 1330 \cdot 65 \cdot 0{,}005 \cdot 72 =$$

$$= 0{,}31 \cdot 10^5 \text{ (MJ)}. \qquad [\mathbf{1\ p.}]$$

3) Rootori labade kuju saame lähendada trapetsiga. Et labasid on kolm ja iga laba koosneb kahest plaadist, siis saame materjali kogupindalaks

$$S = 3 \cdot 2 \cdot \frac{5{,}45 + 4{,}5}{2} \cdot 0{,}5 \approx 15 \text{ (m}^2\text{)}.$$

Klaaskiudkomposiidist valmistatud labade valmistamiseks kulunud energia:

$$E_{\text{labad}} = 2400 \cdot 15 \cdot 0{,}006 \cdot 48{,}25 =$$
$$= 0{,}10 \cdot 10^5 \text{ (MJ)}. \qquad [\mathbf{1\ p.}]$$

4) Energiakulu kõikide detailide valmistamiseks kokku:

$$E_{\text{det}} = (1{,}88 + 0{,}31 + 0{,}1) \cdot 10^5 = 2{,}29 \cdot 10^5 \text{ (MJ)}.$$

Teksti kohaselt moodustasid arvutatud detailid 75% tuuliku kogumahust. Kogu tuuliku valmistamiseks kulunud energiahulga hinnanguks saame järelikult

$$E_1 = \frac{2{,}29 \cdot 10^5 \cdot 100}{75} \approx 3{,}1 \cdot 10^5 \text{ (MJ)}. \quad [\mathbf{1\ p.}]$$

c) Tähistame tuule kiiruse v_1 edaspidi lihtsalt tähega v ja indeksiga i märgime selle kiiruse erinevaid väärtusi (v_i). Etteantud tuule kiiruse v_i korral on tuuliku võimsus

$$P_i = \eta P_0 = \eta(v_i)\frac{1}{2}\rho_{\text{õ}} S v_i^3. \qquad [\mathbf{1\ p.}]$$

Olgu T ühe aasta pikkune ajavahemik ja olgu $s(v_i)$ tuule kiiruse v_i suhteline esinemise sagedus aasta jooksul. Funktsiooni $s(v_i)$ väärtused saame joonise 3 alumise graafiku abil. Et graafikul on toodud kiiruste vahemikud, siis võime v_i väärtuseks võtta vahemiku keskmise. Nüüd võime öelda, et tuul puhub kiirusega v_i aasta jooksul $\Delta t_i = s(v_i) \cdot T$ osa ajast. Selle aja jooksul toodetud energia on järelikult

$$\Delta E_i = P_i \Delta t_i = \frac{\rho_{\text{õ}} ST}{2}\eta(v_i)\, s(v_i)\, v_i^3 \qquad [\mathbf{1\ p.}]$$

ja kogu aasta jooksul toodetud energia on järelikult kõikidele kiirustele v_i vastavate energiate summa.

Arvutuste jaoks on vaja veel teada efektiivset pindala S. Tekstis on öeldud, et tuuliku labade efektiivne pikkus on 5 m. Efektiivne pindala on järelikult

$$S = \pi \cdot 5^2 = 78{,}54 \text{ (m}^2\text{)}.$$

Esitame arvutused tabelina. $\eta_i = \eta(v_i)$ ja $s_i = s(v_i)$ väärtused loeme graafikutelt (Joonis 3), toodetud energiad arvutame. [**3 p.**]

v_i (m/s)	η_i	s_i	ΔE_i (MJ)
0,5	0	0,03	0
1,5	0	0,10	0
2,5	0,42	0,19	1 900
3,5	0,43	0,20	5 600
4,5	0,35	0,15	7 300
5,5	0,28	0,10	7 100
6,5	0,23	0,07	6 700
7,5	0,18	0,05	5 800
8,5	0,15	0,04	5 600
9,5	0,12	0,03	4 700
10,5	0,10	0,02	3 500
11,5	0,08	0,01	1 900

Liites viimase tulba arvud kokku saame kogu aasta jooksul toodetud energia:

$$\varepsilon = 0,50 \cdot 10^5 \text{ MJ/a}. \qquad [\mathbf{1\ p.}]$$

d) Tuulegeneraatori "R5000" energeetiline tasuvusaeg on

$$t = \frac{E_1}{\varepsilon} = \frac{3,1}{0,5} \approx 6{,}2 \text{ aastat}. \qquad [\mathbf{1\ p.}]$$

T3. Tselluloos kui plasti tooraine (*8 p.*)

Autor: Andres Krumme.

a) Tasakaalustatud reaktsioonivõrrand:

$$C_6H_{10}O_5 + 2C_4H_6O_3 =$$
$$= C_6H_8O_5(C_2H_3O)_2 + 2C_2H_4O_2. \qquad [\mathbf{1\ p.}]$$

Molaarmassid [**1 p.**]:

$$M(C_6H_{10}O_5) = 162{,}16 \text{ g/mol},$$
$$M(C_4H_6O_3) = 102{,}10 \text{ g/mol},$$
$$M(C_6H_8O_5(C_2H_3O)_2) = 246{,}24 \text{ g/mol},$$
$$M(C_2H_4O_2) = 60{,}06 \text{ g/mol}.$$

b) Materjalina kasutatava tselluloos diatsetaadi koostisest moodustab üldjuhul 20 massiprotsenti plastifikaator, seega sünteesida tuleb 0,80 tonni tselluloos diatsetaati. Leiame moolsuhetest 0,8 tonni tselluloos diatsetaadi sünteesiks vajaliku tselluloosi koguse X:

$$\underset{X}{\overset{162{,}16}{C_6H_{10}O_5}} + 2C_4H_6O_3 =$$
$$= \underset{0{,}80}{\overset{246{,}24}{C_6H_8O_5(C_2H_3O)_2}} + 2C_4H_6O_3,$$

$$X = \frac{162{,}16 \cdot 0{,}80}{246{,}24} = 0{,}53 \text{ t.} \qquad [\mathbf{2\ p.}]$$

Leiame 0,53 tonni tselluloosi valmistamiseks vajaliku puidu biomassi koguse: 0,53 / 0,40 = 1,33 t. [**1 p.**] Nüüd saame arvutada, mitu hektarit metsandusmaad on tarvis 1,33 tonni puidu biomassi saamiseks: 1,33 x 0,62 = 0,82 ha. [**1 p.**]

c) Leiame moolsuhetest 0,8 tonni tselluloos diatsetaadi sünteesi kõrvalproduktina tekkiva etaanhappe koguse Y:

$$C_6H_{10}O_5 + 2C_4H_6O_3 = \\ = \underset{0{,}80}{\overset{246{,}24}{C_6H_8O_5(C_2H_3O)_2}} + \underset{Y}{\overset{2\cdot 60{,}06}{2C_2H_4O_2}},$$

$$Y = \frac{2 \cdot 60{,}06 \cdot 0{,}80}{246{,}24} = 0{,}39 \text{ t.} \qquad [\mathbf{2\ p.}]$$