

## Tehnikaolümpiaad

Teoreetiline voor

Iga ülesanne tuleb lahendada eraldi lehele ja igale lehele kirjutada oma kood.

### T1. Kosmosesatelliit (10 p.)

Väike kosmosesatelliit on viidud kanderaketi abil maalähedasele orbiidile kõrgusel 200 km ja peab sealt omal jõul kiiresti kõrgemale liikuma, et mitte atmosfääri hõõrdumise tõttu Maale tagasi kukkuda. Satelliidi eluiga 200 km kõrgusel maapinnast on u. üks päev, 700 km kõrgusel on see juba pea 100 aastat. Seetõttu on kiire üleminek kõrgemale orbiidile väga kriitilise tähtsusega. Käesolevas ülesandes uurime spiraalse trajektooriga orbitaalüleminekut lihtsa madala reaktiivjõuga ionimootori kasutamise korral.

#### Teoreetiline taust

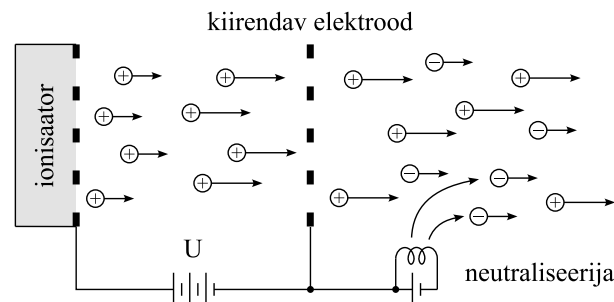
Maa raskusväljas ringorbiidil liikuva satelliidi koguenergia on negatiivne ja see esitub kujul

$$E_{kogu} = \frac{mv^2}{2} - \frac{\mu m}{r} = -\frac{\mu m}{2r},$$

kus  $\mu = GM = 3,986 \times 10^{14} \text{ m}^3/\text{s}^2$  on gravitatsioonikonstandi ja Maa massi korrutis,  $m$  on satelliidi mass,  $v$  on satelliidi liikumiskiiruse moodul ja  $r$  on ringorbiidi kaugus Maa massikeskmest.

Üleminekul ühelt orbiidilt teisele, kui satelliidi mootor töötab, ei ole satelliidi koguenergia jääv. Tegelikult ei ole jääv ka satelliidi mass, sest mootori tööks kasutatav kütus paisatakse kosmosesse. Kuid selles ülesandes ei pea massi muutusega arvestama, sest vajaminev kütuse kogus on satelliidi massiga võrreldes väga väike.

Vaadeldav ionimootor (Joonis 1) koosneb ionisaatorist, kahest elektroodist ja neutraliseerijast. Ionisaatoris tekitatakse ksenooni (Xe) aatomitest positiivsed ioonid ( $\text{Xe}^+$ ), mida seejärel kiirendatakse elektrootodide vahelise pingega  $U$  abil väga suure väljumiskiirusega. Lõpuks juhitakse ksenooni aatomitelt ioniseerimise käigus eemaldatud elektronid tagasi mootorist väljuva reaktiivjoa sisse, et satelliit jääks elektriliselt neutraalseks.



Joonis 1: Ioonmootori põhimõtteline skeem.

#### Ülesanne

Missiooni lähteandmed: satelliidi mass  $m = 50 \text{ kg}$ ; ringorbiitide kõrgused maapinnast  $h_1 = 200 \text{ km}$ ,  $h_2 = 700 \text{ km}$ ; nõutav orbitaalse ülemineku aeg (kõrguselt  $h_1$  kõrgusele  $h_2$ )  $t = 12 \text{ h}$ ; Maa raadius  $R = 6371 \text{ km}$ .

a) Leidke satelliidi liikumiskiirused  $v_1$  ja  $v_2$  ringorbiitidel kõrgustega  $h_1$  ja  $h_2$ . (2 p.)

b) Mis peab olema ionimootori konstantne reaktiivjõud  $T$ , et viia satelliit aja  $t$  jooksul mööda spiraalset orbiiti kõrguselt  $h_1$  kõrgusele  $h_2$ ? Ligikaudu mitu tiiru teeb satelliit selle ülemineku käigus ümber Maa? (2 p.)

c) Ioonmootoris kiirendatakse ksenooni ioone  $\text{Xe}^+$  elektrootodide vahelise pingega  $U = 15 \text{ kV}$ . Mis on ioonide mootorist väljumise kiirus  $v_i$ ? Ksenooni molaarmass  $w_{\text{Xe}} = 131,3 \text{ g/mol}$ , Avogadro arv  $N_A = 6,02 \times 10^{23} \text{ 1/mol}$ , elementaarlaeng  $e = 1,6 \times 10^{-19} \text{ C}$ . (2 p.)

d) Leida ksenooni mass (kg), mis kulub kütusena eelnevalt kirjeldatud orbitaalüleminekuks. (2 p.)

e) Ühe ksenooni iooni  $\text{Xe}^+$  tekitamiseks ionisaatoris kulub energia  $\varepsilon_i = 9,6 \times 10^{-17} \text{ J}$ . Kui suur hulk satelliidi patarei elektrienergiast ( $\text{kW} \cdot \text{h}$ ) kulutatakse orbitaalülemineku sooritamiseks? (2 p.)

**T2. Vesinikkaubikud** (14 p.)

Seoses Euroopa Liidu kliimaeesmärkidega lasub ka masinaparkidele nõue, et nad vähendaksid CO<sub>2</sub> emissioone. Sellega seonduvalt seisavad logistika ettevõtted valiku ees, kas soetada endale uued elektri- või hoopis vesinikkaubikud. Selleks, et võrrelda, kas suhteliselt uued vesikitehnoloogiad on hinnas konkurentsivõimelised, on vaja leida, milline võiks olla rohevesiniku hind täna.

**Vaadeldav ettevõte**

Olgu aluseks üks logistikaettevõte, mille masinapargis on 400 autot. Ettevõttel on valik, kas asendada need elekrikaubikuga Renault E-Tech või vesinikkaubikuga Renault H2-Tech.

*Renault E-Tech vajalikud näitajad:*

- Keskmise elektrikulu 30 kWh/100 km;
- Aku mahtuvus 52 kWh.

*Renault H2-Tech vajalikud näitajad:*

- Keskmise kütusekulu 2 kg H<sub>2</sub>/100 km;
- Kütusepaagi mahtuvus 6,4 kg.

Arvestame, et üks kaubik sõidab päevas 250 km.

**Vesiniku tootmine**

Vesiniku tootmiseks saab kasutada tahkeoksiidset elektrolüüserit, mille lihtsustatud tehnoloogiline skeem koos protsessi parameetritega on toodud Joonisel 2. Elektrolüüser vajab sisendina veeauru ja elektrit ning väljundiks on peamiselt H<sub>2</sub> ja O<sub>2</sub>. Jääkprodukt (O<sub>2</sub>) lastakse ventilatsiooni ning saadud vesinik komprimeeritakse (surutakse kokku kompressori abil), kuivatatakse ja jahutatakse, et seda saaks kasutada tanklates kütusena. Vesiniku jahutamisel tekkiva jääksoojuse saab uuesti suunata veeauru tootmisesse.

Vesiniku võib lugeda ideaalgaasiks ning komprimeerimisel toimub vesiniku adiabaatiline soojenemine, mille korral kehtib seadus  $pV^\gamma = \text{const}$ , kus  $p$  on rõhk (Pa),  $V$  on ruumala (m<sup>3</sup>) ja  $\gamma = 1,41$  on adjabaadi näitaja vesiniku jaoks.

Vajalikku kompressori kasulikku võimsust on võimalik arvutada järgneva valemiga:

$$N_{kas} = \frac{\gamma Z \frac{R}{M} T_1}{\gamma - 1} \left[ \left( \frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1 \right] Q_m,$$

<sup>1</sup>Ärge ehmatage suure lõpptemperatuuri üle. Reaalses elus peab vesiniku komprimeerimine toimuma mitmeastmeliselt ja vahepealne saadus jahutatakse, kuid lihtsuse huvides arvestame selles ülesandes ühe-etapilise komprimeerimise ja jahutamisega.

kus  $N_{kas}$  on kompressori kasuliku võimsus (kW),  $M$  on molaarmass (g/mol),  $Q_m$  on kompressori gaasi läbilase (kg/s),  $Z = 1$  on gaasi komprimeerimise tegur,  $T_1$  on gaasi algtemperatuur (K),  $R = 8,314 \text{ J}/(\text{kg}\cdot\text{mol})$  on universaalne gaasikonstant.

**Ülesanne**

Lähtume tekstis toodud ettevõtte näitest ja seal esitatud andmetest.

**a)** Eeldame, et vesinikku toodetakse ööpäevaringselt ja seda on vaja kõigi masinapargis olevate autode jaoks. Leidke vajalik elektrolüüserite arv ja sellest lähtuvalt nende koguvõimsus  $N_0$ , kui kasutada on Joonisel 2 näidatud elektrolüüserid. Märkus: skeemil on ülemise punase kantkendliku joonega näidatud üks elektrolüüseriplokk, aga neid saab vajadusel lisada rohkem. (2 p.)

**b)** Näidake, et vesiniku komprimeerimisel kehtib alg- ja lõppoleku jaoks seos

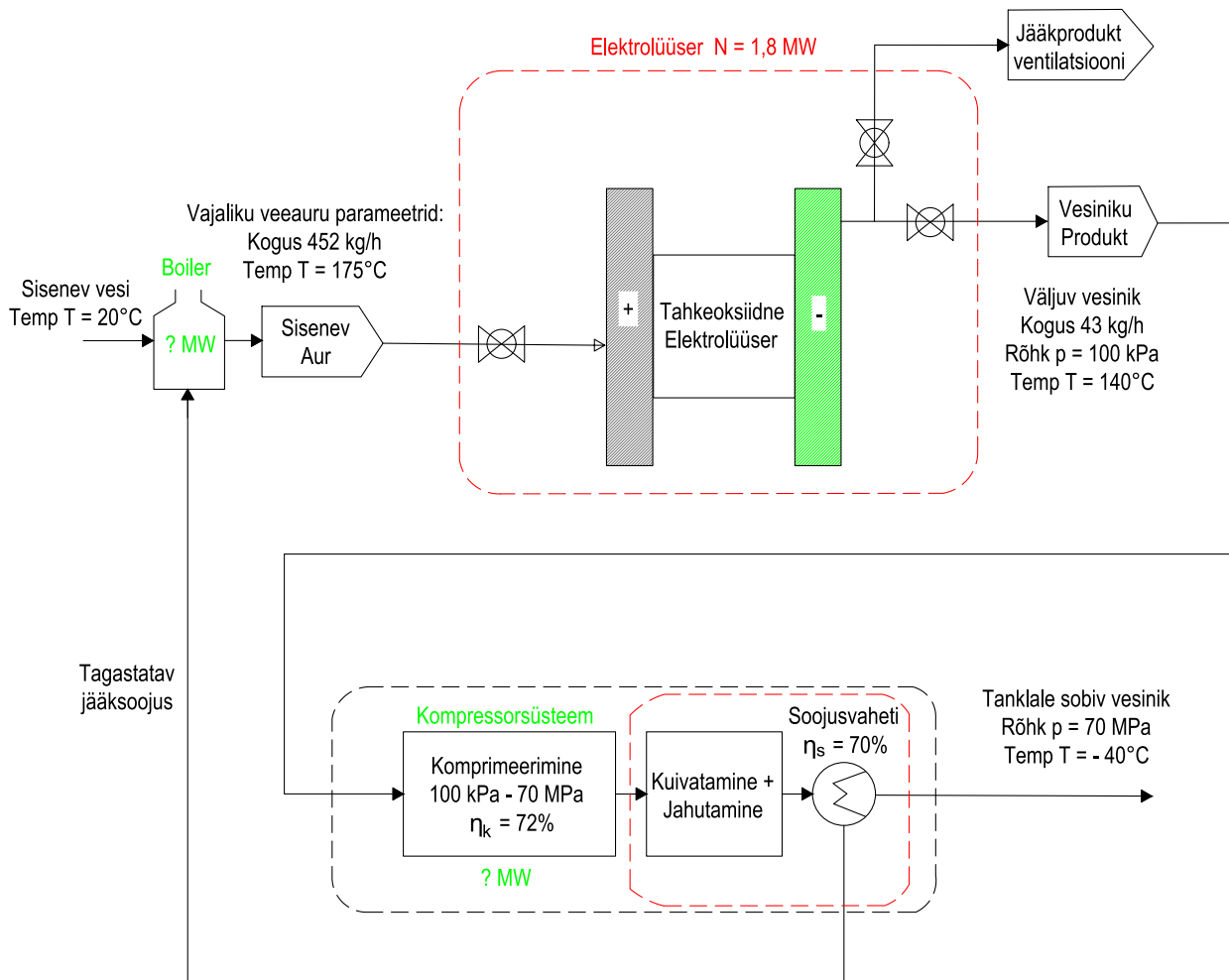
$$\frac{T_2}{T_1} = \left( \frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}. \quad (2 \text{ p.})$$

**c)** Millise võimsusega kompressorit ja boilerit on vaja?<sup>1</sup> Arvestage, et boiler peab vett soojendama, aurustama ja ka auru soojendama. Lisaks, et boileri lõplik tarbitav elektriline võimsus võib olla tagastatava soojusenergia arvelt väiksem. Gaaside soojusprotsessides tuleb arvestada, et nende erisoojus on temperatuurist sõltuv, mistõttu tuleb sel juhul kasutada Joonisel 3 toodud graafikuid. Vee erisoojus  $c_v = 4200 \text{ J}/(\text{kg}\cdot\text{K})$  ja vee aurustumissoojus  $L = 2,3 \text{ MJ}/\text{kg}$ . (6 p.)

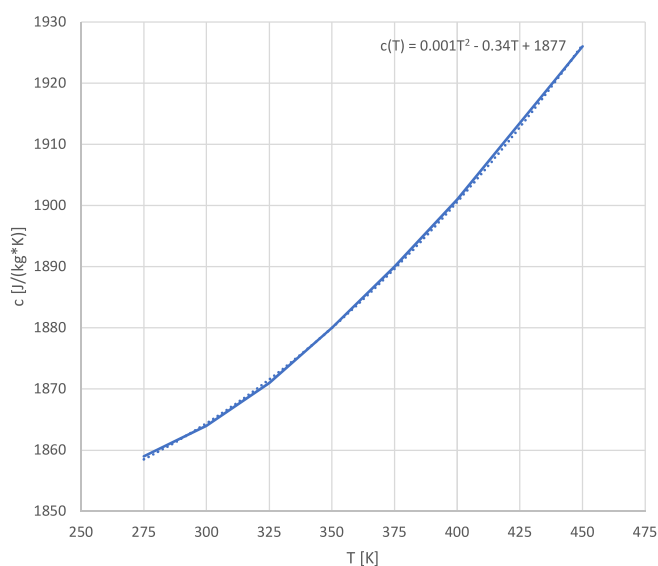
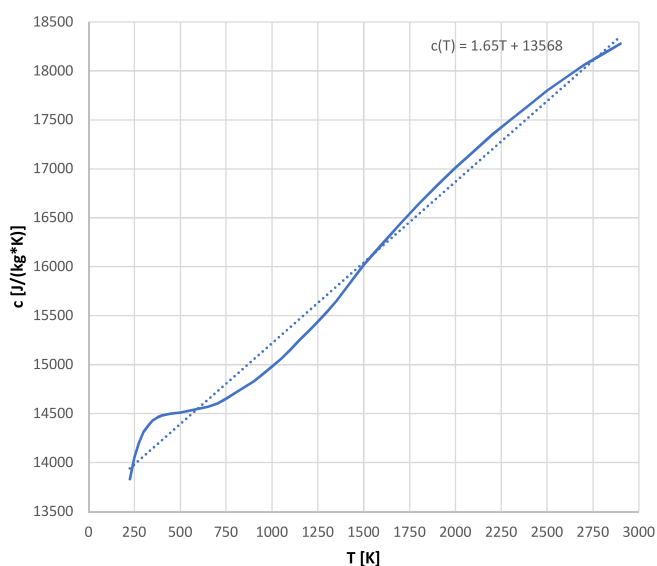
**d)** Milline on kogu vesiniku tootmisahela elektrienergia koguvõimsus  $N_{kogu}$ ? (1 p.)

**e)** Mis on ühe vesinikkaubiku päevase sõidu kütuse hind? Arvesta, et vesiniku tootmisel on elektri hind 60 EUR/MWh ning vesiniku tootmiseks kuluva elektrienergia hind moodustab tankimise lõpphinnast ligikaudu 50%. (2 p.)

**f)** Mis oleks ühe elekrikaubiku päevase sõidu hind? Arvestada tuleb, et tanklas kiirlaadimisel kehtib hind 0,45 EUR/kWh. (1 p.)



Joonis 2: Tahkeoksiidse elektrilüüseriga vesiniku tootmise energiabilanss ühe elektrilüüseri näitel.



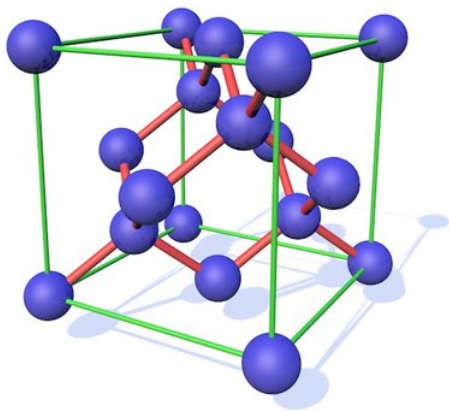
Joonis 3: (a) Vesiniku erisoojusmahtuvuse sõltuvus temperatuurist. (b) Veeauru erisoojusmahtuvuse sõltuvus temperatuurist.

**T3. Päikesepaneelide tootmine** (10 p.)

Pooljuhttööstus palub teadurite abi seoses ränist päikesepaneelide valmistamisega. Nimelt on tarvis räni (Si) pooljuhtplaadis luua  $pn$ -siire ehk kahe erineva elektrijuhtivusega tsooni piiriala:  $n$ -tüüpi tsoon, kus peamisteks laengukandjateks on negatiivse laenguga elektronid ja  $p$ -tüüpi tsoon, kus peamisteks laengukandjateks on positiivse laenguga augud (e. puuduvad elektronid). Sellisel juhul tekib kahe tsooni piirialale elektriväli, mis paiskab valguse neeldumisel tekkivaid vabu elektrone välisesse elektriahelasse ja tagab efektiivse elektrivoolu tootmise. Ettevõtte ostab hetkel sisse  $p$ -tüüpi räniplaati, mida tuleks rikastada lisanditega, et muuta selle pealmine kiht  $n$ -tüüpi juhtivaks.

**Teoreetiline taust**

Räniplaadi rikastamine toimub kõrgtemperatuurilises toruahjus ja selleks kasutatakse fosforüülkloriidi ( $\text{POCl}_3$ ). Fosfor sobib lisandiks, sest tal on väliskihis 5 elektroni, samas kui ränil on 4. Seega lisab iga fosfori aatom ühe lisaelektroni, muutes antud räni piirkonna  $n$ -tüüpi juhtivaks. Vedel  $\text{POCl}_3$  aurustub ahjus, reageerib hapnikuga ja sadestub räniplaadi pinnale fosforpentoksiidi ( $\text{P}_2\text{O}_5$ ) ühendina. Viimane laguneb räni pinnal omakorda fosforiks, mis tungib teatud määral räni kristallvõrre.



Joonis 4: Ränikristalli kuupvõre.

Siin palubki ettevõtte teadurite abi. Vaja on leida sobivad protsessi tööparameetrid (temperatuur ja ajaline kestus), mis võimaldaksid ülalkirjeldatud meetodil saavutada ränikristallis vajaliku fosfori sisalduse.

Fosfori aatomite liikumist kristallivõrre (difusiooni) kirjeldab teoreetiliselt saadud valem

$$C = C_0 e^{-\frac{2}{\pi}(\sqrt{\pi}x+x^2)}, \quad \text{kus } x = \frac{z}{\sqrt{2Dt}}.$$

See valem annab lisandi (fosfori) kontentratsiooni  $C$  materjalis sügavusel  $z$  pärast aja  $t$  möödumist protsessi algusest ( $x$  on siin lihtsalt abimuutuja).  $C_0$  on lisandi kontsentratsioon vahetult materjali pinna lähedal (kohal  $z = 0$ );  $D$  on difusioonitegur ( $\text{cm}^2/\text{s}$ ), mis iseloomustab protsessi kiirust;  $e = 2,718\dots$  on naturaallogaritm alus.

Difusiooniteguri  $D$  sõltuvust absoluutsest temperatuurist  $T$  kirjeldab valem

$$D = D_0 e^{-T_0/T},$$

kus  $D_0$  ja  $T_0$  on teadaolevad konstandid. Teoreetiliste arvutuste ja katsete põhjal on fosfori jaoks ränikristallis leitud järgmised väärtused:  $D_0 = 0,54 \text{ cm}^2/\text{s}$  ja  $T_0 = 4,06 \times 10^4 \text{ K}$ .

**Ülesanne**

**a)** Ahi töötab temperatuuril  $900 \text{ }^\circ\text{C}$ . Leida sellele temperatuurile vastav fosfori difusioonitegur  $D$  ( $\text{cm}^2/\text{s}$ ). (1 p.)

**b)** Joonisel 4 on näidatud kuubikujuline ränikristalli ühikrakk. Selle igas nurgas ja iga tahu keskel on üks räni aatom (sinised pallid). Lisaks on veel neli räni aatomit kuubi sees. Ränikristalli võrekonstant (kuubi küljepikkus) on  $5,65 \times 10^{-10} \text{ m}$ . Selleks, et saavutada päikesepaneelile sobiv  $pn$ -siire on vaja, et teatud sügavusel räniplaadi sees oleks vajalik hulk fosfori aatomeid. Täpsemalt on vaja, et räni kristallvõres paikneks kolmkümmend fosfori aatomit miljoni räni aatomi kohta. Leida sellisele paiknemistihedusele vastav fosfori kontsentratsioon  $C$  ühikutes aatomit/ $\text{cm}^3$ . (4 p.)

**c)** Räniplaadi ülemises pindmises kihis, mis puutub vahetult kokku ahju keskkonnaga, on fosfori kontsentratsioon  $C_0 = 4,0 \times 10^{20}$  aatomit/ $\text{cm}^3$ . Mis peaks olema rikastamisprotsessi kestus, et saavutada  $40 \text{ nm}$  sügavusel räni kristallvõres punktis (b) leitud fosfori kontsentratsioon  $C$ ? Kasutage punktis (a) leitud difusioonitegurit. (5 p.)