

## IV Tehnikaolümpiaad

Praktiline voor (lõppvoor)

### LAHENDUSED

Versioon 0.9 (18.02.2025)

Parandatakse ja täiendatakse vastavalt vajadusele.

#### P1. Mänguauto (12 p.)

Autor: Päivo Simson.

a) Olgu  $E$  alghetkel vedrusse salvestunud energia. Suurima kiiruse saavutab auto hetkel, mil see on läbinud vahemaa  $s = 1$  m. Sellel hetkel on kogu vedru potentsiaalne energia muundatud auto kiineteiliseks energiaks ja hõõrdejõu tööks vahemaal  $s$ . Seega

$$E = \frac{mv_{max}^2}{2} + \mu mgs. \quad [0,5 \text{ p.}]$$

Kui auto lõpuks seisma jääb, siis on kogu vedru energia kulunud hõõrdejõu tööks, seega

$$E = \mu mgl. \quad [0,5 \text{ p.}]$$

Nendest võrdustest saame avaldada auto maksimaalse kiiruse:

$$v_{max} = \sqrt{2\mu g(l - s)} = \sqrt{2 \cdot 0,01 \cdot 9,81 \text{ m/s}^2 \cdot 4 \text{ m}} = 0,89 \text{ m/s.} \quad [1 \text{ p.}]$$

b) **Lahendus 1.** Ülekandearvu  $n_e$  määramise teeb tülilikaks vabakäigu olemasolu – kui auto tagasi tõmmata ja lahti lasta, siis ei ole võimalik tuvastada hetke, mil edasiliikumise ülekandearv läheb üle vabakäiguks. Seetõttu teeme järgmise katse, kus me autot vabaks ei lase. Tõmbame autot tagasi 10 cm võrra ja hoides autot kinni liigutame seda edasi samuti 10 cm võrra. Tõstes nüüd auto üles näeme, et rattad hakkavad kiiresti pöörlema. Siit järeldame, et edasiliikumise ülekandearv  $n_e$  on suurem kui tagasitõmbamise ülekandearv  $n_t$ . Kordame katset, aga liigutame autot edasi 50 cm võrra. Tõstes auto nüüd üles hakkavad rattad endiselt pöörlema, kuid mitte enam nii intensiivselt kui eelmisel korral. Korrates katseid erinevate kaugustega (sealjuures tagasi tõmbame autot alati

10 cm võrra), näeme, et u 80 cm juures ei hakka auto rattad enam üles tõstes pöörlema. Seega  $n_e$  ei ole suurem kui  $8n_t$ . Katsetega saame lõpuks leida, et rataste pöörlemine lõppeb u 75 cm juures. Seega edasiliikumise ülekandearv  $n_e$  on u 7,5 korda suurem kui  $n_t$ , ehk  $n_e/n_t \approx 7,5$ . Tulemuseks saame

$$n_e \approx 7,5n_t = 7,5 \cdot 1,89 \approx 14,2.$$

Tegelik edasiliikumise ülekandearv antud mänguauto käigukastil oli  $n_e = \frac{46}{9} \cdot \frac{17}{14} \cdot \frac{21}{9} \approx 14,48$  ja tegelik suhe  $n_e/n_t = \frac{23}{3} \approx 7,67$ .

b) **Lahendus 2.** Ülekandearvude suhte võib määrata ka lihtsalt pesulõksu abil. Selleks tuleb mootor eemaldada ja kinitada pesulõks ratta külge. Hoiame mootorit koos pesulõksuga nii, et pesulõks on horisontaalne ja saab pöörlema horisontaalsandis. Keerame ratast tagasi ühe pöörde võrra ja seejärel edasi seni, kuni pesulõks jääb lahti lastes paigale. Näeme, et pesulõksu on vaja edasiliikumise suunas keerata u 7,5 pöörde võrra, seega  $n_e/n_t \approx 7,5$  ja  $n_e \approx 7,5n_t \approx 14,2$ .

#### Hindamisskeem

- Korrektnete katse idee, mis välistab vabakäigu rakendumise ja võimaldab mõõta ülekandearvude suhet. [1,5 p.]
- Hästi kirjeldatud katse ja selgelt dokumenteeritud katseandmed. [1 p.]
- Ligikaudu õige ülekandearvude suhte  $n_e/n_t = 7,5 \pm 0,5$  leidmine katseandmete põhjal. [1 p.]
- Leitud ligikaudu õige edasiliikumise ülekandearv  $n_e = 14 \pm 1$ . [0,5 p.]

c) Pöördemomendi mõõtmiseks võtame mootori küljest ära ning kasutame kaalu ja pesulõksu. Kinitame pesulõksu ratta külge ja keerame ratast

koos pesulõksuga vedru üleskeeramise suunas. Kui nüüd pesulõksu ots asetada kaalule, hoides mootorit samal ajal sõrmede vahel kinni, siis näitab kaal meile kaudselt ka pöördemomendi suurust. Siin tuleb kindlasti arvestada ka pesulõksu oma kaaluga, mis tuleb hiljem maha arvestada. Olgu kaalu näit  $m_k$  (g), jõuõlg ratta tsentrist pesulõksu otsani  $l$  (mõõdetuna horisontaalsihis), jõumoment rattal  $M$ . Siis

$$M = (m_k(\alpha) - m_{k_0})gl,$$

kus  $m_k(\alpha)$  on kaalu näit vastavalt pöördenurgale  $\alpha = 0; 2\pi; 4\pi\dots$ ,  $m_{k_0}$  on kaalu näit kui  $M = 0$  ja  $g$  on raskuskiirendus.



Joonis 1: Pöördemomendi mõõtmine pesulõksu ja kaaluga.

Teostame mõõtmised ja kanname mõõtetulemused tabelisse.

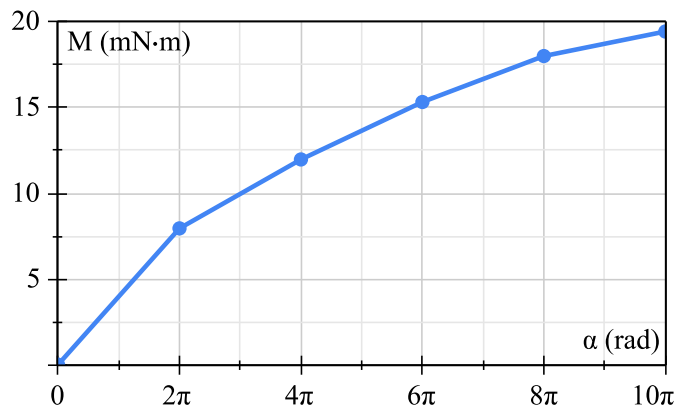
$\alpha$ :	0	$2\pi$	$4\pi$	$6\pi$	$8\pi$	$10\pi$
K1	2,9	6,4	18,6	24,0	22,6	36,8
K2	2,8	13,0	16,7	25,4	27,2	28,6
K3	3,0	21,9	30,0	33,7	38,5	31,6
K4	3,0	13,6	15,4	20,6	24,6	26,1
K5	3,0	20,3	25,1	31,2	38,8	39,5
$\bar{K}$	2,9	15,0	21,2	26,3	30,3	32,5
$\bar{K}_n$	0,0	12,1	18,2	23,3	27,4	29,6

Tabel 1: Momendi mõõtmise katseandmed. Tabelis on esitatud kaalu näidud grammides.  $\bar{K}$  – keskmistatud näit;  $\bar{K}_n$  – normeeritud näit.

Näitudele vastavad pöördemomendi väärtused saame nüüd leida valemist

$$M = \bar{K}_n gl,$$

kus  $\bar{K}_n = \bar{K} - 2,9$  (g) on nn normeeritud näit, mis elimineerib pesulõksu omakaalu mõju,  $l = 67$  mm on mõõdetud jõuõlg ja  $g = 9,81$  m/s<sup>2</sup> on raskuskiirendus. Saadud tulemuste põhjal saame skitseerida funktsiooni  $M = M(\alpha)$  graafiku.



Joonis 2: Pöördemomendi graafik

### Hindamisskeem

- Korrektne katse idee, mis võimaldab kaalu ja pesulõksuga mõõtatagasi tõmbamise pöördemomendi auto ratastel. [1,5 p.]
- Hästi kirjeldatud katse ja selgelt dokumenteeritud katseandmed. [1 p.]
- Katseandmed on korrektselt teisendatud pöördemomendi väärtusteks ja esitatud funktsiooni  $M(\alpha)$  graafikuna. [1,5 p.]

c) Energia arvutamiseks saame kasutada eelmises punktis leitud pöördemomendi graafikut. Kui tagasi tõmbamisel pöörduvad rattad väikse nurga  $\Delta\alpha$  võrra, siis salvestub spiraalvedrusse energia  $\Delta E = F\Delta s = Fr\Delta\alpha = M\Delta\alpha$ , kus  $r$  on ratta raadius ja  $F$  on tagasi tõmbamiseks vajalik jõud. Korrutis  $M\Delta\alpha$  annab sellise ristküliku pindala, mille kõrgus on  $M$  ja alus on  $\Delta\alpha$ . Seega rataste kolme pöörde jooksul salvestub spiraalvedrusse energia, mis on arvuliselt võrdne pöördemomendi graafiku aluse pindalaga vahemikus  $\alpha = 0\dots 6\pi$ . [1 p.] Seda pindala võib esitada ka integraalina

$$E(6\pi) = \int_0^{6\pi} M(\alpha) d\alpha.$$

Graafiku abil saame arvutada

$$E(6\pi) = \frac{0 + 0,008}{2} \cdot 2\pi + \frac{0,008 + 0,012}{2} \cdot 2\pi + \frac{0,012 + 0,015}{2} \cdot 2\pi \approx 0,17 \text{ J.} \quad [1 \text{ p.}]$$

**P2. Telegramm** (12 p.)

Autor: Martin Jaanus.

**a)** Traadi takistuse saab arvutada tuntud valemiga  $R = \rho l/s$ , kus  $\rho$  on traadi materjali eritakistus,  $l$  on traadi pikkus ja  $S$  on traadi ristlõikepindala. Et makett tööle hakkaks, peab takistus  $R$  olema vähemalt  $1,5 \Omega$ . Seega

$$l_{min} = \frac{RS}{\rho} = \frac{R\pi d^2}{4\rho} = \frac{\pi \cdot 1,5 \Omega \cdot (0,20 \text{ mm})^2}{4 \cdot 0,017 \Omega \cdot \text{mm}^2/\text{m}} = 2,77 \text{ m.} \quad [1 \text{ p.}]$$

**b)** Kuulari ehitamine (kuular peab toimima ja võimaldama signaali vastuvõtmist). [3 p.]

Kuulari helitugevus. [3 p.] Helitugevuse hindamisel kasutati järgmist punktisüsteemi. Olümpiaadi ajal mõõdetud normeerimata tulemused (*raw data*) olid vahemikus  $X_i = -94 \text{ dB} \dots -47 \text{ dB}$ . Need teisendati positiivseteks suurusteks vastavalt valemile  $x_i = X_i + 100$ . Punktid  $p_i$  anti järgmise valemi põhjal:

$$p_i = 3 \cdot \frac{x_i - x_{min}}{x_{max} - x_{min}},$$

kus  $x_{min} = \min(x_i)$  ja  $x_{max} = \max(x_i)$ .

**c)** Maketi poolt edastatavat sõnumit oli kõige lihtsam lugeda ülesande tekstis Joonisel 4. toodud skeemi abil. Edastati Morse koodis sõnum OLED PARIM. Õigeks loeti ka tühikuta kirjutatud OLEDPARM. [1 p.]

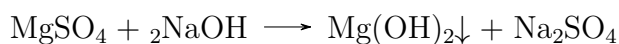
**d)** Sõnumi OLED PARIM, OLEDPARM või TEHNICA25 kirjutamine LCD ekraanile. Selleks oli vaja kasutada Tabelit 3. ja teisendada vajalikud sümbolid kümnendsüsteemist kahendsüsteemi. Pärast teisendamist sai sõnumi kirjutada LCD ekraanile. [4 p.]

**P3. Magneesiumipiima kasutamine reoveepuhastuses** (10 p.)

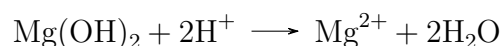
Autor: Irina Petrotšenko

Lahendus vajab keelelist toimetamist\*

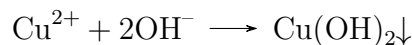
**a)**  $\text{Mg}(\text{OH})_2$  sademete moodustumine: [0,5 p.]



Happelise vee neutraliseerimine: [0,5 p.]



$\text{Cu}^{2+}$  ionide eemaldamine (raskmetallide sadestumine): [0,5 p.]



**b)** Määrame  $\text{Mg}(\text{OH})_2$  nõutavad ainehulgad moolides. Selleks määrame kõigepealt reovee pH lakmuspaberi abil. Tulemuseks saame  $\text{pH} = 5$ . Leiame  $\text{H}^+$  kontsentratsiooni saadud pH väärtuse abil:

$$[\text{H}^+] = 10^{-\text{pH}} = 10^{-5} \text{ M.} \quad [0,5 \text{ p.}]$$

Kogu  $\text{H}^+$  moolide arvu leidmiseks korrutame viimase tulemuse happelise vee mahuga liitrites (0,1 L):

$$10^{-5} \times 0,1 = 10^{-6} \text{ mol.}$$

Kuna 1 mool  $\text{Mg}(\text{OH})_2$  neutraliseerib 2 mooli  $\text{H}^+$ , siis nõutavad  $\text{Mg}(\text{OH})_2$  moolid on:

$$\frac{10^{-6}}{2} = 5 \times 10^{-7} \text{ mol.} \quad [0,5 \text{ p.}]$$

Meil on 8 ml 0,1 M  $\text{CuSO}_4$ . Seega  $\text{Cu}^{2+}$  eemaldamiseks vajalik  $\text{Mg}(\text{OH})_2$ :

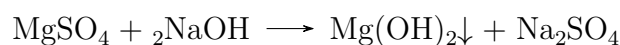
$$0,1 \text{ M} \times 0,008 \text{ L} = 8 \times 10^{-4} \text{ mol.} \quad [0,5 \text{ p.}]$$

Reaktsioon näitab, et 1 mool  $\text{Cu}^{2+}$  reageerib 2 mooli  $\text{OH}^-$ , seega vajame  $8 \times 10^{-4}$  mooli  $\text{Mg}(\text{OH})_2$ . Vajalikud  $\text{Mg}(\text{OH})_2$  moolid kokku:

$$5 \times 10^{-7} + 8 \times 10^{-4} = 8,0005 \times 10^{-4} \text{ mol.} \quad [0,5 \text{ p.}]$$

Kuna happelise vee neutraliseerimiseks vajalik moolide arv on tühine võrreldes  $\text{Cu}^{2+}$  eemaldamiseks vajaliku moolide arvuga, siis  $\text{Mg}(\text{OH})_2$  koguvajadus on ligikaudu  $8 \times 10^{-4}$  mooli.

**c)** Arvutame  $\text{MgSO}_4$  ja  $\text{NaOH}$  nõutavad mahud. Reaktsioon:



Kuna 1 mol  $\text{MgSO}_4$  tekitab 1 mol  $\text{Mg}(\text{OH})_2$ , siis 0,2 M  $\text{MgSO}_4$  nõutav maht on:

$$V(\text{MgSO}_4) = \frac{8 \times 10^{-4}}{0,2} = 4 \text{ mL} \quad [1 \text{ p.}]$$

Kuna 1 mol  $\text{MgSO}_4$  kohta reageerib 2 mooli  $\text{NaOH}$ , siis 0.4 M  $\text{NaOH}$  nõutav maht on:

$$V(\text{NaOH}) = \frac{2 \times 8 \times 10^{-4}}{0.4} = 4 \text{ mL} \quad [1 \text{ p.}]$$

**d)**  $\text{Mg}(\text{OH})_2$  sademe moodustumine. Segada katseklaasis 4 mL 0,2 M  $\text{MgSO}_4$  lahust 4 mL 0,4 M  $\text{NaOH}$  lahusega.  $\text{NaOH}$  lisatakse  $\text{MgSO}_4$ -le. Moodustub suspensioon, mida ei saa filtreerida. Märkused: Täpseks mahtude mõõtmiseks peab kasutama mõõtsilindreid, mitte pipette. Täieliku reaktsiooni saamiseks on vaja suspensiooni segada. [0,5 p.]

**e)** Happelise vee neutraliseerimine. Võtame keeduklaasi 100 mL happelist vett ( $\text{pH} = 5$ ). Lisame

segades  $\text{Mg}(\text{OH})_2$  suspensiooni (1 ml). Mõõdame  $\text{pH}$ . Nüüd on  $\text{pH} = 7$ . Märkused: 100 mL mahu mõõtmiseks peab kasutama mõõtkolbi (nivoo on silma ees). 1 mL suspensiooni saab mõõta pipetiga. Segada vett pärast suspensiooni lisamist. [2 p.]

**f)**  $\text{Cu}^{2+}$  ionide eemaldamine. Võtame katseklaasi 8 mL 0,1 M  $\text{CuSO}_4$  lahust. Lisame pipetiga segades  $\text{Mg}(\text{OH})_2$  suspensiooni (7 ml). Moodustub peenikene  $\text{Cu}(\text{OH})_2$  sete. Täielikul sadenemisel tekib sinine sete ja värvitu lahus. Märkused: Täpse mahu mõõtmiseks peab kasutama mõõtesilindrit, mitte pipetti. Pärast suspensiooni lisamist katta katseklaasi parafiiniga ja segada täieliku reaktsiooni saamiseks (katseklaasi keerates, sõrm parafiini peal). [2 p.]