

V Tehnikaolümpiaad

Teoreetiline voor

Iga ülesanne tuleb lahendada eraldi lehele ja igale lehele kirjutada oma kood.

T1. Silla võnkumised (10 p.)

Sillaehitus on üks vanimaid ja nõudlikumaid inseneritehnilisi väljakutseid. Kuigi sild peab taluma tohutut staatilist koormust (sõidukid, lumi, konstruktsiooni omakaal), peitub suurim oht sageli hoopis dünaamikas. Ajalugu tunneb mitmeid juhtumeid, kus pealtnäha tugev sild on purunenud mitte liigse raskuse, vaid rütmilise liikumise tõttu. Tuntuim näide on Tacoma Narrowsi sild (USA, 1940), mis purunes tuule tekitatud võnkumiste tõttu. Sõjaväe ajaloo on teada Angers'i sild (1850) Prantsusmaal, mis varises kokku, kui 483 sõdurit ületasid seda ühtses rütmis, tekitades silla konstruktsiooniga resonantsi. Seetõttu on paljudes riikides kehtestatud kord, et sõjaväelased peavad sillale jõudes marssimise lõpetama ja ületama selle vabalt.

Käesolevas ülesandes uurime silla dünaamikat väga lihtsustatud mudeli abil. Sellele vaatamata sisaldab see mudel olulisi füüsikalisi seaduspärasusi, mis on määrava tähtsusega reaalsete rajatiste stabiilsuse ja ohutuse tagamisel.

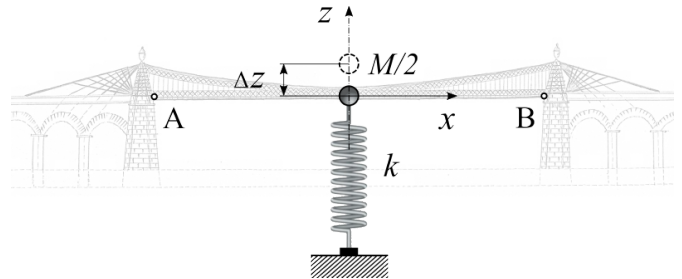
Silla dünaamiline mudel

Silla elastset konstruktsiooni (sildeosa AB) saab modelleerida kui süsteemi, mis koosneb vedrust jäikusega k ja selle otsas võnkuvast efektiivsest massist. Kuna silla otsad on liikumatult fikseeritud, osaleb vertikaalsihilises võnkumises efektiivselt vaid pool sildeosa kogumassist M , st $M_{\text{eff}} = M/2$ (vt Joonis 1).

Kui sellisele süsteemile mõjub perioodiline välisjõud F sagedusega f , kujuneb süsteemis sundvõnkumine. Pärast üleminekuprotsesside vaibumist tekib statsionaarne võnkerežiim, kus süsteem võngub välisjõuga samal sagedusel f ja amplituudiga

$$A \approx \frac{F_{\text{max}}}{k} \frac{1}{\sqrt{(1-r^2)^2 + 4\beta^2 r^2}},$$

kus F_{max} on jõu F maksimaalväärtus, $\beta \ll 1$ on süsteemi sumbuustegur, $r = f/f_0$ ja f_0 on süsteemi omavõnkesagedus.



Joonis 1: Mudel silla võnkumiste kirjeldamiseks.

Ülesanne

Vaatleme silda pikkusega $L = AB = 96$ m, mis koosneb kaheksast $l = 12$ m pikkusest omavahel jäigalt seotud horisontaalsest paneelist, igaüks kogumassiga 30 t. Olgu tegemist terrassillaga, mille sumbuustegur $\beta = 0,004$ ja keskpunkti lubatud maksimaalne võnkeamplituud $A_{\text{max}} = L/1000$.

a) Insener soovib, et pärast ehitusaegsete tugevdamist vajuks sild oma raskuse all täpselt nii palju, et see jääks ideaalselt sirgeks võrrandiga $z = 0$. Selleks tuleb sild ehitada väikese ülespoole suunatud eelpaindega. Leia vajaliku eelpainde kuju $z(x)$ sõltuvana mudeli parameetritest k, M, L , lähendades selle paraboliga, mille haripunkt asub eelpainutatud silla keskpunktis. (4 p.)

b) Enne silla avamist testiti selle jäikust. Silla keskele seisma pandud veoauto massiga $m_0 = 15$ t põhjustas silla keskpunkti vajumise $|\Delta z_0| = 2$ cm võrra. Arvuta vaadeldavale mudelile vastav silla konstruktsiooni jäikus k (N/m) ja silla omavõnkesagedus f_0 (Hz). Gravitatsioonikiirendus $g = 9,81$ m/s². (2 p.)

c) Oletame, et sillapaneelide vahekohtades on paisumisvuugid, mille tõttu on teekattes ebatasasused. Uurime, kas selline sild sobib kasutamiseks autosillana linnas. Leia auto kriitiline kiirus v_{kr} (km/h), mis võib põhjustada silla resonantsi. Kui autode kolonn, igaüks massiga $m = 2$ t, liigub kiirusega v_{kr} , kui suureks võib kasvada silla võnkeamplituud? Auto maksimaalne vertikaalne kiirendus vuugil on $a_{\text{max}} = 2,0$ m/s². Kas sild on ohutu? (Vaata autot punktmassina). (4 p.)

T2. Koostootmisjaama aurutsükkel (14 p.)

Koostootmisjaama eesmärk on toota samaaegselt elektri- ja soojusenergiat. Erinevalt tavapärasest kondensatsioonielektrijaamast (kasutegur ligikaudu 30–45%), kus suur osa soojusest juhitakse keskkonda, suunatakse koostootmisjaamas soojusenergia läbi kaugküttevõrgu tarbijateni. Seetõttu võib jaama summaarne kasutegur ulatuda 85–90%-ni.

Käesolevas ülesandes vaadeldakse süsteemi, kus soojuskandjana kasutatakse termoõli ning aur toodetakse soojusvahetuse teel aurugeneraatoris. Selliseid lahendusi rakendatakse eeskätt madala võimsusega koostootmissüsteemides. Inseneri ülesanne on minimeerida energiakadusid süsteemi eri sõlmedes. Iga isoleerimata torumeeter või ebaefektiivne soojusvaheti tähendab lisanduvat kütusekulu ja suuremat keskkonnajalajälge. Analüüsime ühe sellise jaama soojusbilanssi, isolatsiooni mõju ja jaama üldist kasutegurit.

Teoreetiline taust

Soojusülekanne pinnalt S väliskeskkonda kirjeldab soojusvoo q (W) valem $q = \alpha S(T_p - T_k)$, kus α on soojusülekannekoefitsient ning T_p ja T_k vastavalt pinna ja keskkonna temperatuurid. Vastavalt Fourier' seadusele avaldub silindrilist kihti (toru seina või isolatsiooni) läbiv soojusvoog q järgmiselt:

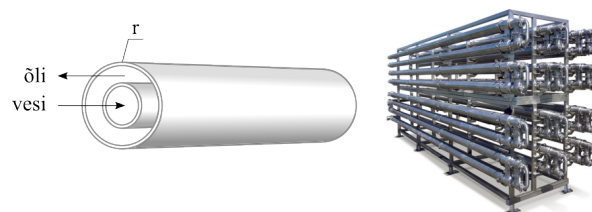
$$q = 2\pi k L \frac{T_s - T_v}{\ln(r_v/r_s)},$$

kus k on materjali soojusjuhtivustegur, L silindri pikkus, r_v ja r_s välis- ja siseraadius ning T_s ja T_v sise- ja välispinna temperatuurid.¹ Statsionaarsetes olekus on kihti läbiv soojusvoog võrdne selle välispinnalt keskkonda kanduva soojusvooga.

Ülesanne

Vaatleme lähemalt, mis toimub aurugeneraatoris (töörõhk 40 bar = 4×10^6 Pa). Eeldame, et aurugeneraator on lihtne toru-torus tüüpi vastuvoolu soojusvaheti, kus välises torus voolab katlast tulev kuum termoõli ning sisemises torus kuumutatav vesi (Joonis 2). Termoõli temperatuur soojusvahetisse sisenedes on $T_{\delta 1} = 315^\circ\text{C}$ ja väljudes $T_{\delta 2} = 265^\circ\text{C}$, veele vastavalt $T_{v1} = 105^\circ\text{C}$ (vesi) ja $T_{v2} = 285^\circ\text{C}$ (veeaur). Auruturbiini tööks on vaja kuuma auru koguses $\mu_1 = 4$ kg/s. Need

andmed on kogu ülesandes fikseeritud.



Joonis 2: Aurugeneraator.

a) Kui suur soojushulk Q (MJ) kulub, et muuta 1 kg vett temperatuurilt T_{v1} kuumutatud auruks temperatuuril T_{v2} ? Kasuta arvutusteks tabelit 1 ja keskmisi erisoojusi. Vee aurustumissoojus rõhul 40 bar on $L = 1713$ kJ/kg. (3 p.)

b) Arvutada aurugeneraatoris õlilt veele ülekantav soojusvõimsus N (MW), mis on vajalik antud vooluhulga μ_1 tagamiseks, ja seejärel vajalik termoõli vooluhulk μ_2 (kg/s). Termoõli keskmine erisoojus vaadeldavas temperatuurivahemikus on $c_{\delta} = 2,3$ kJ/(kg·K). (Soojuskadusid mitte arvestada). (2 p.)

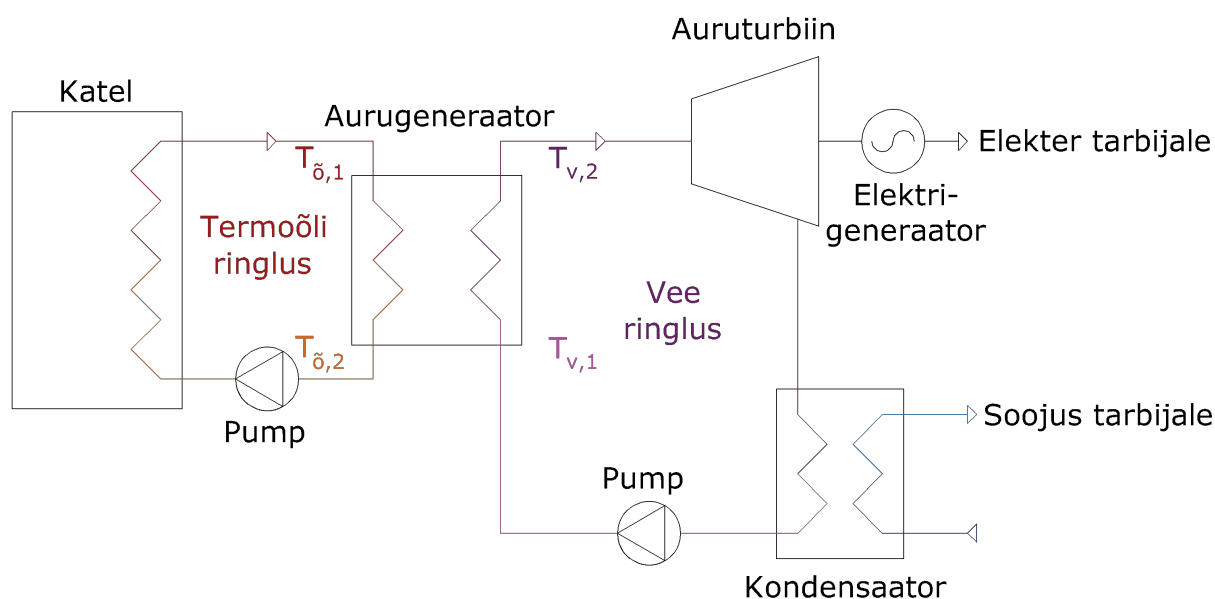
c) Aurugeneraatori toru (välisraadius $r = 20$ cm) on isoleerimata. Arvuta soojuskadu pikkusühiku kohta q_L (W/m), kui toru keskmine pinnatemperatuur on 290°C , ümbritsev õhk on 30°C ning konveksioonitegur on $\alpha = 10$ W/(m²·K). (1 p.)

d) Kui suur on soojuskadu q'_L , kui torule paigaldada $R = 5$ cm paksune kivivillast isolatsioonikiht ($k = 0,055$ W/(m·K))? Eeldame, et konveksioonitegur α jääb samaks. (4 p.)

e) Kui 1 MJ soojuskadu maksab ettevõttele 1,1 senti, siis kui palju säästab ettevõtte aastas (365 päeva) 1 m toru isoleerimisel? Kui 1 m isolatsiooni paigaldus maksab 150 €, siis milline on investeringu tasuvusaeg päevades? (2 p.)

f) Analüüsime jaama üldist efektiivsust. Eeldame siin, et aurugeneraatori soojusvaheti isoleeritud torude pikkus on $L = 100$ m ja veele antakse üle võimsus N (leidud punktis b). Arvuta jaama üldine kasutegur kütuse suhtes, kui on teada: katla kasutegur $\eta_{katel} = 90\%$, turbiini elektriline kasutegur $\eta_{turb} = 30\%$ (osa turbiini sisenevast energiast, mis muundub elektriks) ning kondensaatori soojuslik kasutegur $\eta_{kond} = 90\%$ (osa turbiinist väljuva auru kondenseerumisel eralduvast soojusest, mis jõuab kasulikult kaugküttesse). (2 p.)

¹ln on naturaallõgaritm (logaritm alusel $e \approx 2,718$). $y = e^x \iff x = \ln y$ (lihtsalt ln mõiste selgituseks).



Joonis 3: Koostootmisjaama skeem. Katlas kuumutatud termoõli loovutab aurugeneraatoris energia veele, muutes selle kõrgrõhu all olevaks auruks. Turbiinis auru siseenergia väheneb ja muundub mehaanilise töö kaudu elektriks. Turbiinist väljuv madala rõhuga aur kondenseerub kondensaatoris uuesti vedelikuks, andes vabanenud soojuse üle kaugküttevõrku. Tekkinud kondensaat pumbatakse ringprotsessi jätkamiseks tagasi aurugeneraatorisse.

Tabel 1: Vee termodünaamilised omadused rõhul 40 bar (4×10^6 Pa).

Temp (°C)	Tihedus (kg/m ³)	Erisoojus (J/(kg·K))	Faas
105	956,54	4212,7	vedel
105,3	956,32	4213,0	vedel
105,6	956,10	4213,4	vedel
105,9	955,88	4213,8	vedel
106,2	955,66	4214,2	vedel
...	...	...	...
249,3	800,01	4861,8	vedel
249,6	799,55	4865,2	vedel
249,9	799,08	4868,7	vedel
250,2	798,61	4872,1	vedel
250,35	798,37	4873,9	vedel
250,35	20,09	4020,3	aur
250,5	20,077	4010,8	aur
250,8	20,051	3991,5	aur
251,1	20,025	3972,7	aur
251,4	19,999	3954,3	aur
...	...	...	...
283,8	17,806	3019,3	aur
284,1	17,790	3014,8	aur
284,4	17,774	3010,3	aur
284,7	17,757	3005,9	aur
285	17,741	3001,5	aur

T3. Prototüüpne keemiline energiaallikas (10 p.)

Kaasaegne tehnoloogia sõltub üha enam keemilistest energiaallikatest — galvaanielementidest, akudest ja kütuseelementidest. Nende töö põhineb redoksreaktsioonidel, kus keemiline energia muundatakse elektrienergiaks. Süsteemide efektiivsuse hindamiseks analüüsitakse nende keemilist koostist, reaktsioonimehhanisme, tasakaalutingimusi ja termodünaamilisi parameetreid.

Oluline on mõista, kuidas elektrolüüdi koostis, pH, temperatuur, reaktsiooni pöördumus, sisetakistus ja elektrodimaterjali omadused mõjutavad pinget ja töökindlust. Tehnoloogilistes rakendustes (sensorid, kaasaskantavad seadmed, taastuvenergia salvestamine) hinnatakse lisaks teoreetilisele potentsiaalile ka tegelikku toimivust ja kõrvalreaktsioonide mõju.

Teoreetiline taust

Järgnevas ülesandes analüüsitakse realistlikku keemilise energiaallika prototüüpi, mis ühendab redoksreaktsioonid, lahuste omadused, tasakaalu, korrosiooni ja termodünaamika. Ülesanne nõuab Nernst'i võrrandi kasutamist, mis seob potentsiaali ja aktiivsused. Poolreaktsiooni ($Ox + ne^- \rightarrow Red$) jaoks:

$$E = E^0 - \frac{RT}{nF} \ln \frac{a_{Red}}{a_{Ox}}$$

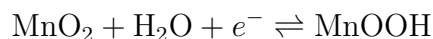
kus E (V) on elektrokeemilise elemendi elektroodi potentsiaal, E^0 (V) on standardpotentsiaal ideaalsetes tingimustes, n on poolreaktsioonis ülekantavate elektronide arv, a_{Red} on redutseerunud vormi (reaktsiooni saaduste) aktiivsus, a_{Ox} on oksüdeerunud vormi (lähteainete) aktiivsus ja $\frac{RT}{F} = 0,0257$ V (kui $T = 25^\circ\text{C}$).

Prototüübi kirjeldus

Uues laboriprojektis töötatakse välja galvaanielement, mille anoodiks on metalliline tsink ja katoodiks mangaan(IV)oksiid MnO_2 , mis toimib oksüdeeriva materjalina leeliselises keskkonnas.

Erinevalt tavapäraest leeliseelementidest kasutatakse elektrolüüdis segalahust, mis sisaldab 2,0 mol/L KOH, 0,50 mol/L ZnO (tsingi korrosiooni stabiliseerimiseks) ja väikest lisaainet, mis oksüdeerub potentsiaaliga +0,12 V võrreldes standardhüdrokeeni elektrodiga ja aeglustab MnO_2 redutseerimist.

Galvaanielemendi töötemperatuur on 45°C , mille tõttu peab arvestama, et redokspaari



tasakaalupotentsiaal muutub $-0,015$ V võrra ühe kraadi ($^\circ\text{C}$) temperatuuri tõusu kohta.

Tsink moodustab õhus passiivse kihi, mida elektrolüüt osaliselt lahustab, tekitades algfaasis 0,003 mol/L tsinkioone lisaks. Elektrolüüdi aktiivsuskoefitsienti võib ligikaudu võtta $\gamma = 0,75$ kõigi lahustunud osakeste jaoks. Elemendi koormamisel tekib MnOOH kihile täiendav polariseeriv ülepotentsiaal $\eta = -0,08$ V. Tsingi lahustumise potentsiaal $-1,25$ V (25°C) ja reaktsioon katoodis $+0,15$ V (25°C).

Ülesanne

- Kirjutage ja tasakaalustage anoodi ja katoodi poolreaktsioonide võrrandid. (1 p.)
- Arvutage reaktsioonide tegelikud redokspotentsiaalid 45°C juures, arvestades temperatuurikorrektiooni ja aktiivsustegureid. (2 p.)
- Leidke elemendi teoreetiline elektromotoorjõud $\mathcal{E}$ (V) temperatuuri 45°C juures. (2 p.)
- Arvutage, kuidas muutub elektromotoorjõud, kui lisaaine oksüdeerub ja nihutab katoodi potentsiaali +0,12 V võrra. (1 p.)
- Hinnake Nernsti võrrandi abil, kuidas mõjutab anoodi potentsiaali tsingi täiendav lahustumine (0,003 mol/L). (2 p.)
- Põhjendage, miks MnOOH kihi polariseeriv ülepotentsiaal vähendab elemendi kasutegurit. Arvutage elemendi lõplik tööpinge. (2 p.)