# V Tehnikaolümpiaad

Praktiline voor

LAHENDUSED

Versioon 0.9 (22.02.2026)

*Vajadusel täiendatakse ja parandatakse...*

## P1. Termoanemomeeter (*12 p.*)

*Autorid: Martin Sarap ja Päivo Simson.*
*Katsevahendid: Martin Sarap.*

*Märkus:* Järgnevas lahenduses esitatud katseandmed vastavad žürii poolt läbiviidud eksperimendile, mis sooritati olümpiaadil kasutatud vahenditega. Õpilaste saadud tulemused võivad vahendite väikse varieeruvuse ja mõõtmistingimuste tõttu esitatust mingil määral erineda.

***a)*** Eeldame, et kilekoti maht $V = 60\,\mathrm{L} = 0,060\,\mathrm{m}^3$ (NB! See eeldus kehtib vaid juhul, kui kilekott on kinnitatud toru otsa külge nii, et üle toru serva ulatub mitte rohkem kui 1cm kilekoti suudmest). Toru siseläbimõõt on teksti kohaselt $D = 10,8\,\mathrm{cm} = 0,108\,\mathrm{m}$ ja ristlõikepindala järelikult $S = \frac{\pi \cdot 0,108^2}{4} \approx 0,0092\,\mathrm{m}^2$. Olgu koti täitumise aeg $t$. Õhu vooluhulk on siis $Q = \frac{V}{t}$ ja õhuvoolu kiirus $v = \frac{Q}{S}$. [**0,5 p.**]

Kinnitame kilekoti kummipaela abil toru külge ja mõõdame kilekoti täitumise aega stopperiga. Mõõtetulemused esitame tabelina: [**1,5 p.**]

| **Katse** | $t$ **(s)** | $Q$ (m$^3$/s) | $v_{\max}$ (m/s) |
|---|---|---|---|
| 1. | 4,5 | 0,0133 | 1,46 |
| 2. | 5,2 | 0,0115 | 1,26 |
| 3. | 4,6 | 0,0130 | 1,42 |
| 4. | 4,3 | 0,0140 | 1,52 |
| 5. | 4,1 | 0,0146 | 1,6 |
| **Keskmine** | **4,54** | **0,0133** | **1,45** |

Tabel 1: Kilekoti täitumise aeg ja arvutatud tuule kiirus. Tabelis on esitatud žürii katses saadud reaalsed tulemused.

Katseliselt on märgatav (ventilaatori hääle ja koti täitumise dünaamika põhjal), et ventilaator ei saavuta maksimaalset pöörlemiskiirust hetkeliselt. Sealjuures paneme tähele, et pöörlemiskiirus kasvab kogu koti täitumise aja ja lõpeb umbes samal hetkel kui 60 L kott täis saab. Eeldades, et kiirus kasvab ajavahemikus $0 \ldots t$ ühtlaselt (konstantne kiirendus), on koti täitumisel mõõdetud kiirus tegelikult keskmine kiirus $v_{kesk}$. Kuna $v_{kesk} = (v_{alg} + v_{max})/2$ ja $v_{alg} = 0$, siis

$$v_{\max} \approx 2 \cdot v_{kesk} = 2 \cdot \frac{V}{S \cdot t} \approx 2{,}9\,\mathrm{m/s}. \quad [\mathbf{1\ p.}]$$

*Märkus:* Kui õpilane töötas edasi eeldusega $v_{\max} = v_{kesk}$, siis järgnevates osades selle tõttu punkte ei vähendatud.

***b)*** Teostame katse ja kanname katseandmed tabelisse. [**1 p.**]

Eeldame, et punktis a) leiti $v_{\max} = 2,9\,\mathrm{m/s}$. Kuna $v \propto U_{vent}$, siis teised kiirused on lihtsasti tuletatavad seose

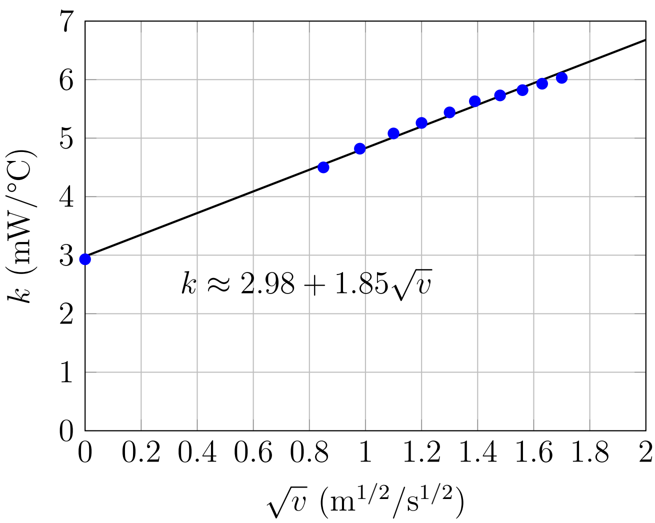
$$v = v_{\max} \frac{U_{vent}}{U_{\max}}$$

põhjal, kus $U_{\max} = 12\,\mathrm{V}$. Andurit läbiva voolu $I$ mõõdame multimeetri abil; võimsuse $P$ arvutame $P = IU_{andur}$ põhjal, kus $U_{andur} = 30\,\mathrm{V}$ on anduri toitepinge; anduri takistuse arvutame Ohmi seaduse $R = U_{andur}/I$ põhjal; anduri temperatuuri $T_{andur}$ leiame tekstis toodud graafiku abil; soojusjuhtivusteguri $k$ arvutame vastavalt tekstis toodud valemile $k = P/\Delta T$. Ruumiõhu termomeetri näit $T_{\text{õhk}} = 22\,°\mathrm{C}$.

| $U_{vent}$ (V) | $v$ (m/s) | $\sqrt{v}$ ($m^{\frac{1}{2}}/s^{\frac{1}{2}}$) | $I$ (mA) | $R$ (Ω) | $P$ (mW) | $T_{andur}$ (°C) | $k$ (mW/°C) |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 0,00 | 0,00 | 12,7 | 2,362 | 381 | 152,0 | 2,93 |
| 3 | 0,73 | 0,85 | 15,1 | 1,987 | 453 | 122,6 | 4,50 |
| 4 | 0,97 | 0,98 | 15,5 | 1,935 | 465 | 118,4 | 4,82 |
| 5 | 1,21 | 1,10 | 15,8 | 1,899 | 474 | 115,3 | 5,08 |
| 6 | 1,45 | 1,20 | 16,0 | 1,875 | 480 | 113,3 | 5,26 |
| 7 | 1,69 | 1,30 | 16,2 | 1,852 | 486 | 111,3 | 5,44 |
| 8 | 1,94 | 1,39 | 16,4 | 1,829 | 492 | 109,4 | 5,63 |
| 9 | 2,18 | 1,48 | 16,5 | 1,818 | 495 | 108,4 | 5,73 |
| 10 | 2,42 | 1,56 | 16,6 | 1,807 | 498 | 107,5 | 5,82 |
| 11 | 2,66 | 1,63 | 16,7 | 1,796 | 501 | 106,5 | 5,93 |
| 12 | 2,90 | 1,70 | 16,8 | 1,786 | 504 | 105,6 | 6,03 |

Tabel 2: Katseandmed ja arvutatud suurused seose $k = f(\sqrt{v})$ leidmiseks.

Esitame andmed graafiliselt teljestikus $(\sqrt{v}, k)$ ning tõmbame läbi saadud punktide andmeid lähendava sirge. [**1 p.**]




Joonis 1: Soojusülekandeteguri sõltuvus tuule kiiruse ruutjuurest.

Graafiku põhjal saame, et algordinaat

$$a \approx 2,98\,\mathrm{mW/°C} \quad [\mathbf{0,5\ p.}]$$

ja sirge tõus

$$b \approx 1,85\,\mathrm{mW \cdot s^{1/2}/(°C \cdot m^{1/2})}. \quad [\mathbf{0,5\ p.}]$$

Sellest tulenevalt kirjeldab anduri jahtumist empiiriline valem:

$$k(v) = 2,98 + 1,85\sqrt{v}, \quad (\mathrm{mW/°C}).$$

*Märkus:* Selle seose edaspidisel kasutamisel tuleb kindlasti arvestada, et numbrid on ühikutega.

***c)*** Žürii laual olevas seadmes oli anduri pinge $U_{andur} = 30\,\mathrm{V}$ ja andurit läbivad voolutugevused kahel erineval ventilaatori kiirusel vastavalt $I_1 = 16{,}6\,\mathrm{mA}$ ja $I_2 = 17{,}2\,\mathrm{mA}$. Neile vastavad $k$ väärtused saame leida analoogiliselt eelmises punktis tehtuga:

$$k_1 = 5{,}82\,\mathrm{mW/°C}$$

$$k_2 = 6{,}45\,\mathrm{mW/°C}$$

Kasutades eelmises punktis saadud graafikut või pööratud valemit $v = \left(\frac{P/\Delta T - a}{b}\right)^2$, saame leida tundmatud kiirused:

$$v_1 \approx 2{,}4\,\mathrm{m/s}, \quad [\mathbf{1\ p.}]$$

$$v_2 \approx 3{,}6\,\mathrm{m/s}. \quad [\mathbf{1\ p.}]$$

*d)* Ülerõhu $\Delta p$ mõõtmise meetod põhineb Bernoulli seadusel. Kui sulgeda toru väljundava otsakorgiga (pimedaäärikuga) ja rakendada ventilaatorile maksimaalne pinge, tekib toru sisemuses ülerõhk $\Delta p$. Kuna toru on suletud, on õhk selle sees praktiliselt paigalseisev. Tehes korki väikese ava, tekib sealt õhu väljavool. Kuna ava pindala on toru ristlõikega võrreldes väike, säilib toru sees stabiilne ülerõhk $\Delta p$. Kui nüüd avasse paigutada düüs (väike toru) turbulentsi vähendamiseks ning vaadelda düüsi välimist otsa, siis seal liigub õhk mingi kiirusega $v$, kuid rõhk on juba atmosfääri rõhk $p_0$. Bernoulli seadusest saame nüüd $\Delta p$. [**1,5 p.**]

Vaatleme õhuosakest, mis liigub toru seest seisuolekust (rõhk $p_0 + \Delta p$, kiirus $v \approx 0$) läbi düüsi väliskeskkonda (rõhk $p_0$, kiirus $v$). Bernoulli seaduse kohaselt kehtib piki osakese trajektoori (voolujoont)[1] seos:

$$p + \frac{\rho v^2}{2} = \text{const.}$$

Võrreldes osakese olekut toru sees ja vahetult pärast avast väljumist, saame:

$$p_0 + \Delta p + \frac{\rho \cdot 0^2}{2} = p_0 + \frac{\rho v^2}{2},$$

millest avaldub ülerõhk:

$$\Delta p = \frac{\rho v^2}{2}. \quad [\mathbf{1{,}5\ p.}]$$

Õhu tihedus on antud ($\rho = 1,2\,\mathrm{kg/m^3}$), seega piisab ülerõhu määramiseks väljuva õhujoa kiiruse $v$ mõõtmisest. Selleks asetame termoanemomeetri anduri vahetult ava juurde ja leiame kiiruse varem koostatud kalibreerimisgraafiku abil. Kuna komplektis on kaks andurit, saab teist andurit kasutada rõhu mõõtmiseks ilma anemomeetri algset seadistust muutmata. Toru sees olevat andurit ei ole vaja kasutada. Žürii mõõdetud andmete põhjal oli düüsist väljumise kiirus $v = 3{,}9\,\mathrm{m/s}$ ja

$$\Delta p \approx 1,2 \cdot \frac{3,9^2}{2} \approx 9\,\mathrm{Pa}. \quad [\mathbf{1\ p.}]$$

*Märkus:* Olümpiaadil saadud korrektselt leitud $\Delta p$ väärtused olid tunduvalt väiksemad, mis tõenäoliselt oli osaliselt põhjustatud pisut ebaõnnestunud 3D-prinditud düüsist ("väike toru" katsevahendite loetelus). Hindamisel võeti seda arvesse ja punkte ei vähendatud, kui põhimõtteliselt oli katse tehtud õigesti.

## P2. Digitarkus (*12 p.*)

*Autor: Martin Jaanus.*
*Katsevahendid: Martin Jaanus.*

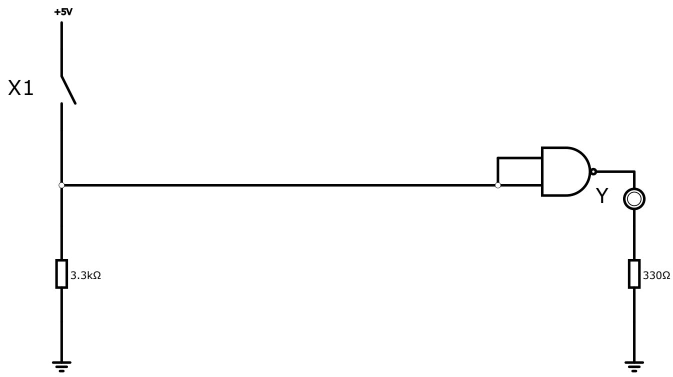
Osades *a-c* võis kirjaliku lahendusena esitada kas matemaatilise avaldise või joonistada loogikaskeemi sarnaselt joonistele 2–5. (või ka mõlemad).

*Märkus:* Osade *a–c* lahendusi on mitmeid, sealhulgas elektriliselt sobimatuid, nagu loogikaelementide väljundite kokkuühendamine või toiteallika lühistamine. Selliseid lahendusi ei loetud õigeks.

***a)*** Loogikavärava EI (NOT) realiseerimiseks NING-EI (NAND) elemendi abil tuleb elemendi mõlemad sisendid omavahel kokku ühendada. Sellisel juhul on $x_1 = x_2 = x$. Matemaatiline avaldis:

$$y = \overline{x \cdot x} = \overline{x}$$

Selgitus: Kuna NING-EI väljund on 0 vaid siis, kui mõlemad sisendid on 1, siis sisendite sildamisel muutub element inverteerijaks. Kui sisend $x = 0$, siis väljund $y = 1$ (LED põleb). Kui sisend $x = 1$, siis väljund $y = 0$ (LED kustub).

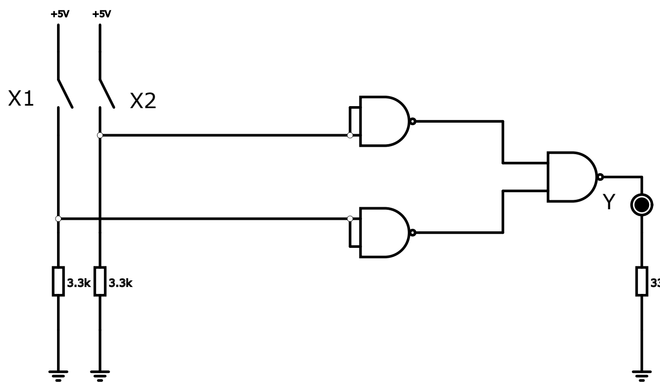



Joonis 2: NOT värava lahendus skeemina.

***b)*** Loogikavärava VÕI (OR) realiseerimiseks tuleb esmalt inverteerida mõlemad sisendid ja seejärel suunata need kolmandasse NING-EI elementi. Matemaatiline avaldis:

$$y = \overline{\overline{x_1} \cdot \overline{x_2}} = x_1 + x_2$$

Skeem: Vaja läheb kolme NING-EI elementi. Esimesed kaks töötavad inverteerijatena (nagu punktis a). Nende väljundid on vastavalt $\overline{x_1}$ ja $\overline{x_2}$, mis ühendatakse kolmanda elemendi sisenditesse.



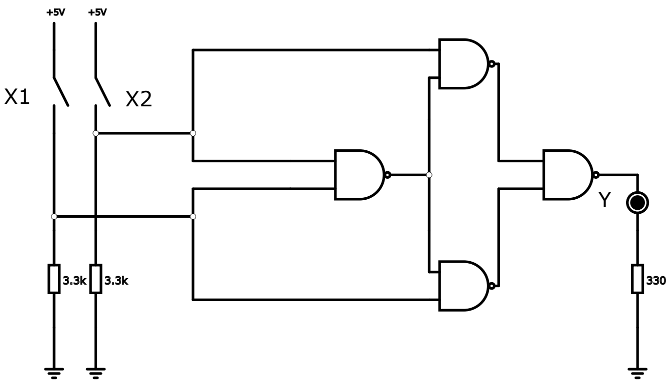

Joonis 3: OR värava lahendus.

[1] Osakese trajektoor ja voolujoon langevad tegelikult kokku ainult statsionaarse voolamisrežiimi korral. Antud juhul see kehtib. Bernoulli seadus kehtib üldiselt just voolujoonte kohta.

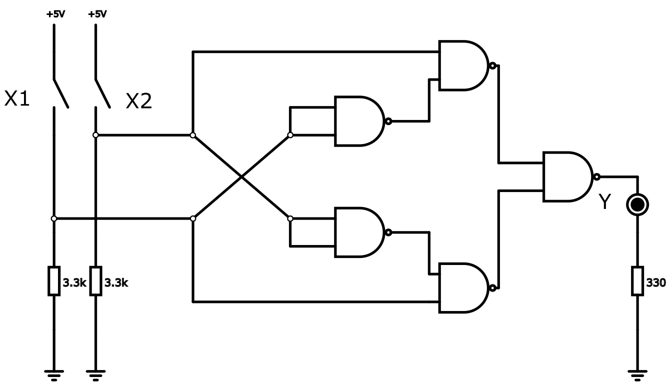
***c)*** Välistav VÕI (XOR) realiseeritakse optimaalselt nelja NING-EI elemendi abil. See tehe väljastab 1 vaid siis, kui sisendid on erinevad $(0, 1$ või $1, 0)$. Matemaatiline avaldis:

$$y = \overline{\overline{x_1 \cdot \overline{x_1 \cdot x_2}} \cdot \overline{x_2 \cdot \overline{x_1 \cdot x_2}}} = x_1 \oplus x_2$$

Skeemi struktuur: Esimene element võtab sisendid $x_1$ ja $x_2$. Selle väljund $\overline{x_1 \cdot x_2}$ suunatakse edasi teise ja kolmanda elemendi ühte sisendisse. Teine element võtab sisendiks $x_1$ ja esimese elemendi väljundi. Kolmas element võtab sisendiks $x_2$ ja esimese elemendi väljundi. Neljas element ühendab teise ja kolmanda elemendi väljundid lõplikuks XOR-väljundiks.




Joonis 4: XOR kõige optimaalsem lahendus, mis kasutab ainult ühte kiipi.




Joonis 5: XOR üks paljudest võimalikest alternatiivsetest lahendustest, mis kasutab kahte kiipi.

***d)*** Võti on 13, mis on binaarkujul $1101_2$. Kuna dešifreerimine toimub 8-bitiste baitidega ja võti kordub iga 4 biti järel, on kasutatav XOR-mask:

$$1101 \text{ ja } 1101 \rightarrow 11011101_2$$

Kümnendsüsteemis vastab sellele maskile arv 221. Dešifreerimiseks sooritatakse tehe:

$$Arv \oplus Mask = Tulemus,$$

kus märgiga $\oplus$ tähistame bitikaupa XOR (välistav VÕI) tehet. Arvutuskäik:

223: $11011111_2 \oplus 11011101_2 = 00000010_2 \rightarrow \mathbf{2}$

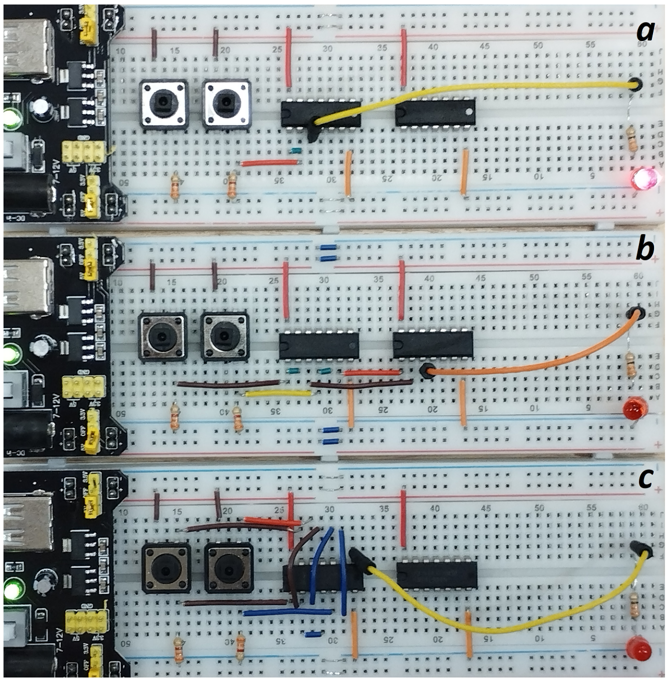
214: $11010110_2 \oplus 11011101_2 = 00001011_2 \rightarrow \mathbf{11}$

207: $11001111_2 \oplus 11011101_2 = 00010010_2 \rightarrow \mathbf{18}$

210: $11010010_2 \oplus 11011101_2 = 00001111_2 \rightarrow \mathbf{15}$

Vastus: Dešifreeritud arvude jada on 2, 11, 18, 15, mis tähistab George Boole'i sünnikuupäeva (2. november 1815). [**4 p.**]

George Boole oli inglise matemaatik, kes lõi Boole'i algebra – matemaatilise süsteemi, kus kõik tehted taanduvad väärtustele „tõene“ (1) ja „väär“ (0). Sellega pani ta aluse kaasaegsele infotehnoloogiale ja digitaalloogikale, mida me täna selles ülesandes makettplaadil ja kiipide abil uurisime. Ilma tema 19. sajandi tööta ei oleks meil tänapäeval ei nutitelefone, arvuteid ega internetti.




Joonis 6: Osade *a*–*c* lahendused makettplaadil.

## P3. Päästevest (*12 p.*)

*Autor: Irina Petrotšenko (a-e), Päivo Simson (f). Katsevahendid: Irina Petrotšenko.*

***a)*** Sidrunhape on kolmeprootoniline hape, mis tähendab, et ühe mooli happe neutraliseerimiseks kulub kolm mooli söögisoodat. Reaktsioonivõrrand:

$$C_6H_8O_7 + 3NaHCO_3 \rightarrow Na_3C_6H_5O_7 + 3H_2O + 3CO_2$$

(Hinnatakse: valemid korrektsed [**0,5 p.**], kordaja 3 on $NaHCO_3$, $H_2O$ ja $CO_2$ ees [**0,5 p.**]).

***b)*** Arvutame molaarmassid ($M$):

$$M(C_6H_8O_7) = 6 \times 12,01 + 8 \times 1,008$$
$$+7 \times 16,00 = 192,12 \text{ g/mol}$$
$$M(NaHCO_3) = 22,99 + 1,008 + 12,01$$
$$+3 \times 16,00 = 84,01 \text{ g/mol}$$

Tekkiva $CO_2$ moolide arv ($n$):

$$n(CO_2) = \frac{2,5 \text{ L}}{24,4 \text{ L/mol}} \approx 0,1025 \text{ mol} \qquad [\mathbf{0{,}5\ p.}]$$

Lähteainete moolid (1 : 3 suhe):

$$n(NaHCO_3) = n(CO_2) = 0,1025 \text{ mol} \qquad [\mathbf{0{,}5\ p.}]$$

$$n(\text{hape}) = \frac{0,1025 \text{ mol}}{3} \approx 0,03417 \text{ mol} \qquad [\mathbf{0{,}5\ p.}]$$

Masside arvutus:

$$m(\text{sooda}) = 0,1025 \times 84,01 \approx \mathbf{8,61} \text{ g} \quad [\mathbf{0{,}5\ p.}]$$

$$m(\text{hape}) = 0,03417 \times 192,12 \approx \mathbf{6,56} \text{ g} \quad [\mathbf{0{,}5\ p.}]$$

***c)*** Katse teostus ja mõõtmine. [**2,5 p.**]

*Metoodika ja teostus*: Kaalume punktis *b* arvutatud kogused aineid. Puistame söögisooda lehtri abil õhupalli sisse. Valame sidrunhappe ja vähese koguse vett pudelisse ning segame lahustumiseni. Tõmbame õhupalli kaela ettevaatlikult üle pudelisuu nii, et sooda veel pudelisse ei kukuks, ning tihendame ühenduskoha teibiga.

Tõstame õhupalli üles, lastes soodal happelahusesse kukkuda. Ootame reaktsiooni lõppemiseni, kuni õhupall on täielikult paisunud. Selline suletud süsteem hoiab ära gaasikaod reaktsiooni alghetkel.

Mõõdame mõõdulindiga õhupalli ümbermõõdu $C$ selle kõige laiemast kohast. Arvutame palli läbimõõdu $d$:

$$d = C/\pi$$

Leiame arvutatud läbimõõdu põhjal tabelist vastava $CO_2$ mahu ($V_{\text{tegelik}}$).

***d)*** Saagise arvutus vastavalt tehtud katsele:

$$\text{Saagis} = \frac{V_{\text{tegelik}}}{2,5 \text{ L}} \times 100\% \quad [\mathbf{1\ p.}]$$

***e)*** Õpilane peab tooma välja vähemalt kaks sisulist põhjust [**1,5 p.**]:

1) $CO_2$ lahustuvus vees: Osa gaasi jääb pudelisse vette lahustunult.

2) Süsteemi tihedus: Võimalikud gaasilekked korgi või teibi vahelt.

3) Vasturõhk: Õhupalli kumm surub gaasi kokku, mistõttu selle ruumala on väiksem kui vabal paisumisel.

***f)*** Leiame kõigepealt inimese ruumala ($V_i$):

$$V_i = \frac{80 \text{ kg}}{1010 \text{ kg/m}^3} \approx 0,0792 \text{ m}^3 = 79,2 \text{ L} \quad [\mathbf{0{,}5\ p.}]$$

Vee all olev osa (85%):

$$V_{\text{all}} = 79,2 \text{ L} \times 0,85 \approx 67,3 \text{ L} \quad [\mathbf{0{,}5\ p.}]$$

Selleks, et 80 kg inimene ujuks, peab ta tõrjuma välja 80 kg merevett. Vajalik väljatõrje 80 kg jaoks:

$$V_{\text{vesi}} = \frac{80 \text{ kg}}{1025 \text{ kg/m}^3} \approx 0,0780 \text{ m}^3 = 78,0 \text{ L} \quad [\mathbf{0{,}5\ p.}]$$

Vesti maht peab katma puuduoleva ujuvuse. Päästevesti maht ($V$):

$$V = 78,0 \text{ L} - 67,3 \text{ L} = \mathbf{10,7} \text{ L} \quad [\mathbf{0{,}5\ p.}]$$

Kuna 2,5 L jaoks kulus 8,61 g soodat ja 6,56 g hapet, siis 10,7 L jaoks leiame proportsiooniga.

$CO_2$ moolid:

$$n = \frac{10,7 \text{ L}}{24,4 \text{ L/mol}} \approx 0,439 \text{ mol} \quad [\mathbf{0{,}5\ p.}]$$

Lähteainete massid 10,7 L jaoks:

$$m(\text{sooda}) = 0,439 \times 84,01 \approx \mathbf{36,9} \text{ g} \quad [\mathbf{0{,}5\ p.}]$$

$$m(\text{hape}) = \frac{0,439}{3} \times 192,12 \approx \mathbf{28,1} \text{ g} \quad [\mathbf{0{,}5\ p.}]$$